क्रमांक **730**

H

2013 (I)
गणित विज्ञान
प्रश्न पत्र

विषय कोड **4** पुस्तिका कोड **A**

समय : 3:00 घंटे

पूर्णांक : 200 अंक

अनुदेश

1. आपने हिन्दी को माध्यम चुना है । इस परीक्षा पुस्तिका में एक सौ बीस (20 भाग 'A' में + 40 भाग 'B' + 60 भाग 'C' में) बहुल विकल्प प्रश्न (MCQ) दिए गए हैं । आपको भाग 'A' में से अधिकतम 15 और भाग 'B' में 25 प्रश्नों तथा भाग 'C' में से 20 प्रश्नों के उत्तर देने हैं । यदि निर्धारित से अधिक प्रश्नों के उत्तर दिए गए तब केवल पहले भाग 'A' से 15, भाग 'B' से 25 तथा भाग 'C' से 20 उत्तरों की जांच की जाएगी ।
2. उत्तर पत्र अलग से दिया गया है । अपना रोल नम्बर और केन्द्र का नाम लिखने से पहले यह जांच लीजिए कि पुस्तिका में पृष्ठ पूरे और सही हैं तथा कहीं से कटे–फटे नहीं हैं । यदि ऐसा है तो आप इंविजीलेटर से पुस्तिका बदलने का निवेदन कर सकते हैं । इसी तरह से उत्तर पत्र को भी जांच लें । इस पुस्तिका में रफ काम करने के लिए अतिरिक्त पन्ने संलग्न हैं ।
3. उत्तर पत्र के पृष्ठ 1 में दिए गए स्थान पर अपना रोल नम्बर, नाम, अपना पता तथा इस परीक्षा पुस्तिका का क्रमांक लिखिए । आपके हस्ताक्षर भी जरूरी हैं ।
4. आप अपनी ओ.एम.आर. उत्तर पुस्तिका में रोल नंबर, विषय कोड, पुस्तिका कोड और केन्द्र कोड से संबंधित समुचित वृतों को अवश्य काला कर दें । यह एक मात्र परीक्षार्थी की जिम्मेदारी है कि वह उत्तर पुस्तिका में दिए गए निर्देशों का पूरी सावधानी से पालन करें, ऐसा न करने पर कम्प्यूटर विवरणों का सही तरीके से अकूटित नहीं कर पाएगा, जिससे अंततः आपको हानि, जिससे आपकी उत्तर पुस्तिका की अस्वीकृति भी शामिल, हो सकती है ।
5. भाग 'A' में प्रत्येक प्रश्न 2 अंक , भाग 'B' में प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक तथा भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न 4.75 अंक का है । प्रत्येक गलत उत्तर का ऋणात्मक मूल्यांकन भाग 'A' में @ 0.5 अंक तथा भाग 'B' में @ 0.75 अंक से किया जाएगा । भाग 'C' के उत्तरों के लिए ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं है ।
6. भाग 'A' तथा भाग 'B' के प्रत्येक प्रश्न के नीचे चार विकल्प दिए गए हैं । इनमें से केवल एक विकल्प ही "सही" अथवा "सर्वोत्तम हल" है । आपको प्रत्येक प्रश्न का सही अथवा सर्वोत्तम हल ढूंढना है । भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न का "एक" या "एक से अधिक" विकल्प सही हो सकते हैं । भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न के सभी विकल्पों का सही चयन करने पर ही क्रेडिट प्राप्त होगा । सब सही विकल्पों का चयन नहीं करने पर कोइ आंशिक क्रेडिट नहीं दिया जाएगा ।
7. <u>नकल करते हुए या अनुचित तरीकों का प्रयोग करते हुए पाए जाने वाले अभ्यार्थियों का इस और अन्य भावी परीक्षाओं के लिए अयोग्य ठहराया जा सकता है ।</u>
8. अभ्यार्थी को उत्तर या रफ पन्नों के अतिरिक्त कहीं और कुछ भी नहीं लिखना चाहिए ।
9. परीक्षा समाप्त हो जाने पर परीक्षा पुस्तिका और उत्तर पत्र को इंविजीलेटर को अवश्य सौंप दीजिए।
10. केलकूलेटर का उपयोग करने की अनुमति नहीं है ।
11. किसी प्रश्न में विसंगति के मामले में अंग्रेजी संस्करण प्रबल होगा ।

रोल नंबर ....

नाम ....

अभ्यर्थी द्वारा भरी गई जानकारी को मैं सत्यापित करता हूँ ।

....

इन्विजीलेटर के हस्ताक्षर

S|46 BJ|13 -4AH-0A

S/46BJ/13-4AH-0B

भाग 'क' / PART 'A'

1. एक घड़ी की मिनट तथा घंटा सुईयों के बीच का कोण, 7:35 बजे क्या है?

1. 0° 2. 17.5°
3. 19.5° 4. 20°

1. What is the angle between the minute and hour hands of a clock at 7:35?

1. 0° 2. 17.5°
3. 19.5° 4. 20°

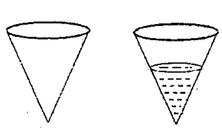
2. चींटियों का एक कतार, बिंदु A से B बिंदु तक चलती है, तथा उसी रास्ते से बिंदु A पर वापस आती है। सभी चींटियां समान गति से चलती हैं, तथा किसी भी बिंदु पर प्रति सेकण्ड दो चींटियां एक दिशा में पार होती हैं। एक चींटी को A से B तक जाने में एक मिनट लगता है। किसी चींटी के A से B तक की यात्रा के दौरान वह कितनी वापस आती हुई चींटियों से मिलेगी?

1. 120 2. 60
3. 240 4. 180

2. A stream of ants go from point A to point B and return to A along the same path. All the ants move at a constant speed and from any given point 2 ants pass per second one way. It takes 1 minute for an ant to go from A to B. How many returning ants will an ant meet in its journey from A to B?

1. 120 2. 60
3. 240 4. 180

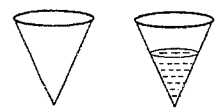
3.



ऊपर दर्शाया हुआ शंकु-आकार बर्तन की क्षमता V है। वह अपनी ऊँचाई के आधे तक पानी से भरा गया। बर्तन में पानी का आयतन है

1. $\frac{V}{2}$ 2. $\frac{V}{4}$
3. $\frac{V}{8}$ 4. $\frac{V}{16}$

3.



The capacity of the conical vessel shown above is V. It is filled with water upto half its height. The volume of water in the vessel is

1. $\frac{V}{2}$ 2. $\frac{V}{4}$
3. $\frac{V}{8}$ 4. $\frac{V}{16}$

4. पानी से पूरी भरी एक बहुत बड़ी टंकी को प्रति दिन बचे हुये पानी में से आधे पानी को बहाकर खाली किया जाता है। कितने दिनों के बाद टंकी में 10% के करीब पानी रह जाएगा?

1. एक 2. दो
3. तीन 4. चार

4. A large tank filled with water is to be emptied by removing half of the water present in it everyday. After how many days will there be closest to 10% water left in the tank?

1. One 2. Two
3. Three 4. Four

5. n एक प्राकृतिक संख्या है। यदि n^5 विषम है, तो निम्न में से क्या सही है?

(A) n विषम है
(B) n^3 विषम है
(C) n^4 सम है

1. केवल A 2. केवल B
3. केवल C 4. केवल A तथा B

5. n is a natural number. If n^5 is odd, which of the following is true?

(A) n is odd
(B) n^3 is odd
(C) n^4 is even

1. A only 2. B only
3. C only 4. A and B only

6. मानें कि गुणफलन $(x_1 + y_1)(x_2 + y_2)\cdots(x_{20} + y_{20})$ को आप विस्तृत करते हैं। कितने ऐसे पद होंगे जिनमें केवल एक x तथा बाकी सब y होंगे?

1. 1 2. 5
3. 10 4. 20

6. Suppose you expand the product $(x_1 + y_1)(x_2 + y_2)\cdots(x_{20} + y_{20})$. How many terms will have only one x and rest y's?

1. 1 2. 5
3. 10 4. 20

7. एक 16.2 मी. लंबे लकड़ी के कुंदे का 2 मी. अचर व्यास है। एक टुकड़े, जिसका आयतन 22 घन मी. है, को पाने के लिए कुंदे को कितना लंबा काटना चाहिए?

1. 3.5 मी. 2. 7.0 मी.
3. 14.0 मी. 4. 22.0 मी.

7. A 16.2 m long wooden log has a uniform diameter of 2 m. To what length the log should be cut to obtain a piece of 22 m^3 volume?

1. 3.5 m 2. 7.0 m
3. 14.0 m 4. 22.0 m

8. 7^{73} का अंतिम अंक क्या है?

1. 7 2. 9
3. 3 4. 1

8. What is the last digit of 7^{73}?

1. 7 2. 9
3. 3 4. 1

9. एक भाग्यवान मनुष्य को स्वर्ण मुद्राओं से भरी 6 हण्डियां मिलती हैं। पहले चार में स्वर्ण मुद्राओं की संख्यायें क्रमशः 60, 30, 20 तथा 15 हैं। यदि एक निर्धारित क्रम है, तो आखरी दो हण्डियों में स्वर्ण-मुद्राओं की संख्याएं क्या हो सकती हैं?

1. 10 व 5 2. 4 व 2
3. 15 व 15 4. 12 व 10

9. A lucky man finds 6 pots of gold coins. He counts the coins in the first four pots to be 60, 30, 20 and 15, respectively. If there is a definite progression, what would be the numbers of coins in the next two pots?

1. 10 and 5 2. 4 and 2
3. 15 and 15 4. 12 and 10

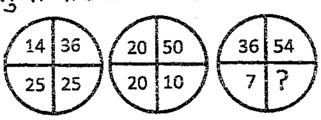
10. एक मधुमक्खी अपनी पेटिका को सुबह छोड़ती है, तथा 30 मिनट दक्षिण की तरफ उड़कर एक उद्यान में पहुँचकर पांच मिनट के लिए मधु एकत्रित करती है। तद्पश्चात वह पश्चिम की तरफ 40 मिनट उड़कर एक दूसरे उद्यान में 10 मिनट के लिए मधु एकत्रित करती है। फिर वह सबसे निकटतम रास्ते से अपनी पेटिका पर वापस आती है। यह मानते हुए कि मधुमक्खी अचर गति से उड़ती है, वह अपनी पेटिका से कितने समय के लिए दूर रही?

1. 85 मिनट 2. 155 मिनट
3. 135 मिनट 4. 1 घंटे से कम

10. A bee leaves its hive in the morning and after flying for 30 minutes due south reaches a garden and spends 5 minutes collecting honey. Then it flies for 40 minutes due west and collects honey in another garden for 10 minutes. Then it returns to the hive taking the shortest route. How long was the bee away from its hive? (Assume that the bee flies at constant speed)

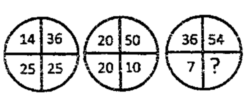
1. 85 min 2. 155 min
3. 135 min 4. Less than 1 hour

11. लुप्त संख्या का पता लगायें



1. 1 2. 0
3. 2 4. 3

11. Find the missing number:



1. 1 2. 0
3. 2 4. 3

12. एक द्विघात समीकरण $x^2 + ax+b=0$ को हल करते हुए एक विद्यार्थी ने a को गलत मान लेकर मूल 6 तथा 2 पाये। जबकि दूसरे विद्यार्थी ने b का गलत मान लेकर मूल 6 तथा 1 पाये। a तथा b के सही मान, क्रमशः क्या हैं?

1. 7 तथा 12 2. 3 तथा 4
3. -7 तथा 12 4. 8 तथा 12

12. In solving a quadratic equation of the form $x^2 + ax+b=0$, one student took the wrong value of a and got the roots as 6 and 2; while another student took the wrong value of b and got the roots as 6 and 1. What are the correct values of a and b, respectively?

1. 7 and 12 2. 3 and 4
3. -7 and 12 4. 8 and 12

13. दो तेलकूपों के बीच की दूरी 6 कि. मी. है। 1:50000 तथा 1:5000 अनुमाप के नक्शों में इनके बीच की दूरियां क्रमशः क्या होंगी?

1. 12 से.मी. तथा 1.2 से.मी.
2. 2 से.मी. तथा 12 से.मी.
3. 120 से.मी. तथा 12 से.मी.
4. 12 से.मी. तथा 120. मी.

13. The distance between two oil rigs is 6km. What will be the distance between these rigs in maps of 1:50000 and 1:5000 scales, respectively?

1. 12 cm and 1.2 cm
2. 2 cm and 12 cm
3. 120 cm and 12 cm
4. 12 cm and 120 cm

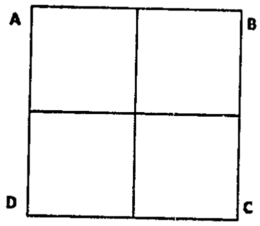
14. 12 मी. ऊँचाई के एक पेड़ के ऊपर बैठी एक पक्षी, पेड़ की ऊँचाई से दुगनी दूरी पर से पेड़ के पेंदे की ओर चलती एक शतपद को देखती है। पक्षी शतपद को पकड़ने एक सीधी रेखा पर उड़ती है। यदि दोनों की गतियां समान हैं, तो पेड़ के पेंदे से कितनी दूरी पर शतपद पक्षी से पकड़ा जायेगा?

1. 16 मी. 2. 9 मी.
3. 12 मी. 4. 14 मी.

14. A bird perched at the top of a 12 m high tree sees a centipede moving towards the base of the tree from a distance equal to twice the height of the tree. The bird flies along a straight line to catch the centipede. If both move at the same speed, at what distance from the base of the tree will the centipede be picked up by the bird?

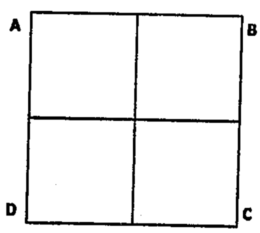
1. 16 m 2. 9 m
3. 12 m 4. 14 m

15. एक चींटी चित्र में ए से सी तक सिर्फ रेखाओं पर चलती हुई एवं कम से कम लंबे रास्ते से चलती है। ऐसे करने के तरीकों की कुल संख्या है:



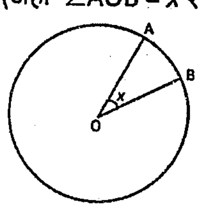
1. 2
2. 4
3. 5
4. 6

15. An ant goes from A to C in the figure crawling only on the lines and taking the least length of path. The number of ways in which it can do so is



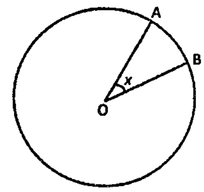
1. 2
2. 4
3. 5
4. 6

16. नीचे दर्शाये गए वर्तुलाकार चक्रिका में एक बिंदु यादृच्छिक रूप से चुनी जाती है। इस बिंदु के वृत्तखंड OAB में पड़ने की प्रायिकता क्या है?
(जहां $\angle AOB = x$ रेडियन है)



1. $\frac{2x}{\pi}$
2. $\frac{x}{\pi}$
3. $\frac{x}{2\pi}$
4. $\frac{x}{4\pi}$

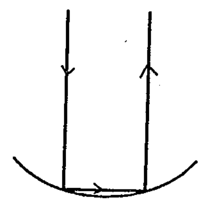
16. A point is chosen at random from a circular disc shown below. What is the probability that the point lies in the sector OAB?



(where $\angle AOB = x$ radians)

1. $\frac{2x}{\pi}$
2. $\frac{x}{\pi}$
3. $\frac{x}{2\pi}$
4. $\frac{x}{4\pi}$

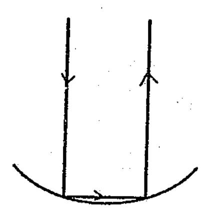
17.



त्रिज्या R के अर्धगोलीय दर्पण से दो बार परावर्तित एक प्रकाश किरण, आपतित किरण के समांतर निकलता है (चित्र को देखें)। मूल आपतित किरण व अंतिम परावर्तित किरण के बीच की पृथकता है

1. R
2. $R\sqrt{2}$
3. $2R$
4. $R\sqrt{3}$

17.



A ray of light, after getting reflected twice from a hemispherical mirror of radius R (see the above figure), emerges parallel to the incident ray. The separation of the original incident ray and the final reflected ray is

1. R 2. $R\sqrt{2}$
3. $2R$ 4. $R\sqrt{3}$

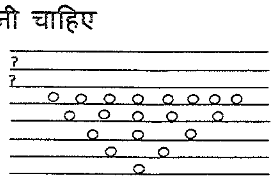
18. एक राजा 8 कि.ग्रा. सोने तथा 2 कि.ग्रा. चांदी से एक स्वर्णिम किरीट बनाने की आज्ञा देता है। सुनार ने कुछ सोना चुराया और उसके समान वजन की चांदी मिलाकर 10 कि.ग्रा.वजन वाला किरीट बनाया। ऑर्किमिडिस को पता था कि पानी के अंदर सोने व चांदी का क्रमशः 1/20वां 1/10वां भाग वजन घटते हैं। पानी के अंदर किरीट का वजन 9.25 कि.ग्रा. पाया गया। सुनार ने कितने कि.ग्रा. सोने की चोरी की?

1. 0.5 kg. 2. 1 kg.
3. 2 kg. 4. 3 kg

18. A king ordered that a golden crown be made for him from 8 kg of gold and 2 kg of silver. The goldsmith took away some amount of gold and replaced it by an equal amount of silver and the crown when made, weighed 10 kg. Archimedes knew that under water gold lost $1/20^{th}$ of its weight, while silver lost $1/10^{th}$. When the crown was weighed under water, it was 9.25 kg. How much gold was stolen by the goldsmith?

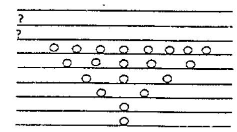
1. 0.5 kg. 2. 1 kg.
3. 2 kg. 4. 3 kg

19. निम्न चित्र में रिक्त पंक्तियों में वर्तुलों की संख्या होनी चाहिए



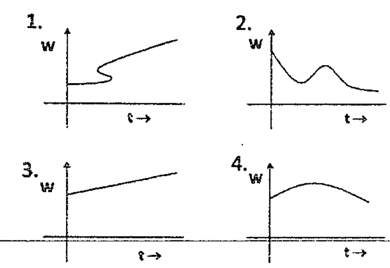
1. 12 तथा 20 2. 13 तथा 20
3. 13 तथा 21 4. 10 तथा 11

19. In the figure below the numbers of circles in the blank rows must be

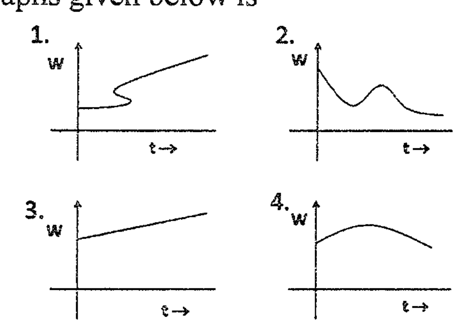


1. 12 and 20. 2. 13 and 20
3. 13 and 21 4. 10 and 11

20. यदि हम एक रेखाचित्र में किसी बच्चे के वजन **(w)** बनाम आयु **(t)** को अंकित करते हैं, तो निम्न दर्शाये गये चार रेखाचित्रों में कौन सी कभी पायी नहीं जा सकती?



20. If we plot the weight **(w)** versus age **(t)** of a child in a graph, the one that will never be obtained from amongst the four graphs given below is



भाग 'ख' PART 'B'

21. कोटि 168 का साधारण समूह को G मानें। कोटि 7 की G की उपसमुच्चयों की संख्या क्या है?

1. 1
2. 7
3. 8
4. 28

21. Let G be a simple group of order 168. What is the number of subgroups of G of order 7?

1. 1
2. 7
3. 8
4. 28

22. प्रारंभिक प्रतिबंध $x^2+y^2=1,\ z=1$ के साथ, आंशिक अवकल समीकरण $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z$ के लिए, $D=\left\{(x,y,z)\ \middle|\ x^2+y^2\neq 0,\ z>0\right\}$ पर कौशी समस्या का हल है

1. $z = x^2 + y^2$
2. $z = \left(x^2+y^2\right)^2$
3. $z = (2-(x^2+y^2))^{1/2}$
4. $z = \left(x^2+y^2\right)^{1/2}$

22. The solution of the Cauchy problem for the first order PDE

$$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z, \text{ on } D=\left\{(x,y,z)\ \middle|\ x^2+y^2\neq 0,\ z>0\right\},$$

with the initial condition

$$x^2+y^2=1,\ z=1$$

is

1. $z = x^2 + y^2$
2. $z = \left(x^2+y^2\right)^2$
3. $z = (2-(x^2+y^2))^{1/2}$
4. $z = \left(x^2+y^2\right)^{1/2}$

23. आंशिक अवकल समीकरण $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-y\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$

1. के $y<0$ के लिए वास्तविक अभिलक्षाणिक वक्रों के दो कुटुम्ब हैं।
2. का $y>0$ के लिए वास्तविक अभिलक्षाणिक नहीं हैं।
3. के $y=0$ के लिए,ऊर्ध्वाधर रेखाएं अभिलक्षाणिक वक्रों के कुटुम्ब के रूप में हैं।
4. के $y\neq 0$ के लिए, द्विघात वक्रों की शाखाएं अभिलक्षाणिक के रूप में हैं।

23. The partial differential equation $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ has

1. two families of real characteristic curves for $y < 0$
2. no real characteristics for $y > 0$
3. vertical lines as a family of characteristic curves for $y = 0$
4. branches of quadratic curves as characteristics for $y \neq 0$

24. जहां $y \in C^2[a, b]$है, फलनज $I(y)=\int_a^b F(y,y')dx$; $y' \equiv \frac{dy}{dx}, y(a)=y_1$, $y(b)=y_2$ पर विचारें। y, y' के संदर्भ में F के दूसरी कोटि के संतत आंशिक अवकलज हैं, y_1, तथा y_2 दिए गए वास्तविक संख्याएं हैं। मानें कि $y = y(x)$ फलनज I को चरमीकृत करने वाला फलन है। तो चरमीकृत करने वाली वक्र के ऊपर

1. F अचर रहता है।
2. $\frac{\partial F}{\partial y}=0$
3. $F - y\frac{\partial F}{\partial y'}$=अचर
4. $F - y'\frac{\partial F}{\partial y'}$=अचर

24. Consider the functional

$$I(y)=\int_a^b F(y,y')dx \ ; \ y' \equiv \frac{dy}{dx}$$

$$y(a)=y_1, \quad y(b)=y_2$$

where $y \in C^2[a, b]$, F has second order continuous partial derivatives with respect to y, y', and y_1, y_2 are given real numbers. Let $y = y(x)$ be an extremizing function for the functional I. Then, along the extremizing curve

1. F remains constant
2. $\frac{\partial F}{\partial y}=0$
3. $F - y\frac{\partial F}{\partial y'}$ = constant
4. $F - y'\frac{\partial F}{\partial y'}$ = constant

25. एक आदर्श तलीय लोलक के समीकरण $\frac{d^2x}{dt^2} = -\sin x$ पर विचारें, जहां x विस्थापन कोण को निर्दिष्ट करता है। पर्याप्ततः लघु विस्थापन कोणों के लिए, जहां a तथा b अचर हैं, हल दिया जाता है, इससे

1. $x(t) = a \cosh t + b \sinh t$
2. $x(t) = a + bt$
3. $x(t) = ae^t + be^{2t}$
4. $x(t) = a \cos t + b \sin t$

25. Consider the equation of an ideal planar pendulum given by

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\sin x$$

where x denotes the angle of displacement. For sufficiently small angles of displacement, the solution is given by (where a, b are constant)

1. $x(t) = a \cosh t + b \sinh t$
2. $x(t) = a + bt$
3. $x(t) = ae^t + be^{2t}$
4. $x(t) = a \cos t + b \sin t$

26. यदि बिंदुयें $x_1, x_2, \ldots, x_n$ पृथक हैं, तो $y_1, y_2, \ldots, y_n$ के स्वेच्छ वास्तविक मानों के लिए, अद्वितीय अंतर्वेशी बहुपद $p(x)$ का घात, ताकि $p(x_i) = y_i$ $(1 \le i \le n)$ हों, है

1. n
2. $n-1$
3. $\le n-1$
4. $\le n$

26. If the points $x_1, x_2, \ldots, x_n$ are distinct, then for arbitrary real values $y_1, y_2, \ldots, y_n$ the degree of the unique interpolating polynomial $p(x)$ such that $p(x_i) = y_i$ $(1 \le i \le n)$ is

1. n
2. $n-1$
3. $\le n-1$
4. $\le n$

27. समुच्चय $\{24x + 60y + 2000z \mid x, y, z \in \mathbb{Z}\}$ का लघुत्तम धनात्मक पूर्णांक क्या है?

1. 2
2. 4
3. 6
4. 24

27. What is the smallest positive integer in the set $\{24x + 60y + 2000z \mid x, y, z \in \mathbb{Z}\}$?

1. 2
2. 4
3. 6
4. 24

28. मानें कि युगल (X, Y) पर प्रेक्षण हैं

X	1	7	5	9	11	3
Y	20	68	58	70	181	37

मानें कि उपरोक्त आंकड़ो पर आधारित X तथा Y के बीच के पियरसन तथा स्पियरमैन कोटि सहसंबंध गुणांक क्रमशः r_p तथा r_s से निर्दिष्ट किए जाते हैं। तो निम्न में से कौन सा सही है?

1. $r_p = 1, r_s = 1$
2. $0 < r_p < 1, r_s = 1$
3. $r_p = 1, 0 < r_s < 1$
4. $0 < r_p < 1, 0 < r_s < 1$

28. Suppose observations on the pair (X, Y) are:

X	1	7	5	9	11	3
Y	20	68	58	70	181	37

Let r_p and r_s respectively denote the Pearson's and Spearman's rank correlation coefficient between X and Y based on the above data. Then which of the following is true?

1. $r_p = 1, r_s = 1$
2. $0 < r_p < 1, r_s = 1$
3. $r_p = 1, 0 < r_s < 1$
4. $0 < r_p < 1, 0 < r_s < 1$

29. संवृत अंतराल $[a, b]$ पर मानें कि f, g तथा h परिबद्ध फलनें हैं ताकि सभी $x \in [a, b]$ के लिए $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ है। मानें कि $P = \{a = a_0 < a_1 < a_2 < \ldots < a_n = b\}$,$[a, b]$ का एक विभाजन है। विभाजन P के संदर्भ में हम f के ऊपरी तथा निचली रीमान योगफलों को $U(f, P)$ तथा $L(f, P)$ से निर्दिष्ट करते हैं ऐसे ही g तथा h के लिए भी। निम्न कथनों में से कौन-सा आवश्यकतः सही है?

1. यदि $U(h, P) - U(f, P) < 1$ तो $U(g, P) - L(g, P) < 1$
2. यदि $L(h, P) - L(f, P) < 1$ तो $U(g, P) - L(g, P) < 1$
3. यदि $U(h, P) - L(f, P) < 1$ तो $U(g, P) - L(g, P) < 1$
4. यदि $L(h, P) - U(f, P) < 1$ तो $U(g, P) - L(g, P) < 1$

29. Let f, g and h be bounded functions on the closed interval $[a, b]$, such that $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ for all $x \in [a, b]$. Let $P = \{a = a_0 < a_1 < a_2 < \ldots < a_n = b\}$ be a partition of $[a, b]$. We denote by $U(f, P)$ and $L(f, P)$, the upper and lower Riemann sums of f with respect to the partition P and similarly for g and h. Which of the following statements is necessarily true?

1. If $U(h, P) - U(f, P) < 1$ then $U(g, P) - L(g, P) < 1$
2. If $L(h, P) - L(f, P) < 1$ then $U(g, P) - L(g, P) < 1$
3. If $U(h, P) - L(f, P) < 1$ then $U(g, P) - L(g, P) < 1$
4. If $L(h, P) - U(f, P) < 1$ then $U(g, P) - L(g, P) < 1$

30. किसी परिकल्पना परीक्षण समस्या में p-मान के अभिकलन हेतु निम्न में से किसकी आवश्यकता **नहीं** है?

1. परीक्षण प्रतिदर्शज का मान
2. निराकरणीय परिकल्पना के अधीन परीक्षण प्रतिदर्शज का बंटन
3. सार्थकता का स्तर
4. परीक्षण एकपुच्छ है या द्विपुच्छ

30. In a hypothesis-testing problem, which of the following is **NOT** required in order to compute the p-value?

1. Value of the test statistic
2. Distribution of the test statistic under the null hypothesis
3. The level of significance
4. Whether the test is one-sided or two-sided

31. निम्न श्रेणियों में से कौन-सा अभिसारी है?

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n^2}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \log n$
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\log n}{n}$

31. Which of the following series is convergent?

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n^2}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \log n$
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\log n}{n}$

32. A, B, C तथा k को स्वेच्छ अचर मानते हुए जहां$(-\infty, \infty)$ पर f एक संतत वास्तविक मान फलन है, अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}+y=f(x),\ x\in(-\infty,\infty)$, का साधारण हल है

1. $y(x)=A\cos x+B\sin x+\int_0^x f(t)\sin(x-t)\,dt$
2. $y(x)=\cos(x+k)+C\int_0^x f(t)\sin(x-t)dt$
3. $y(x)=A\cos x+B\sin x+\int_0^x f(x-t)\sin t\,dt$
4. $y(x)=A\cos x+B\sin x+\int_0^x f(x+t)\cos t\,dt$

32. The general solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}+y=f(x),\ x\in(-\infty,\infty)$, where f is a continuous, real-valued function on $(-\infty, \infty)$, is (where A, B, C and k are arbitrary constants)

1. $y(x)=A\cos x+B\sin x+\int_0^x f(t)\sin(x-t)\,dt$
2. $y(x)=\cos(x+k)+C\int_0^x f(t)\sin(x-t)dt$

3. $y(x) = A\cos x + B\sin x + \int_0^x f(x-t)\sin t\, dt$

4. $y(x) = A\cos x + B\sin x + \int_0^x f(x+t)\cos t\, dt$

33. प्रारंभिक मान समस्या (प्रामास) $\frac{dy}{dx} = y^2, y(0) = 1, (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ पर विचारें। तो प्रामास का एक अद्वितीय हल का अस्तित्व इस पर है

1. $(-\infty, \infty)$
2. $(-\infty, 1)$
3. $(-2, 2)$
4. $(-1, \infty)$

33. Consider the initial value problem (IVP)

$\frac{dy}{dx} = y^2, y(0) = 1, (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Then there exists a unique solution of the IVP on

1. $(-\infty, \infty)$
2. $(-\infty, 1)$
3. $(-2, 2)$
4. $(-1, \infty)$

34. घात श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{[2+(-1)^n]^n}{3^n} x^n$ अभिसरित होता है

1. केवल $x = 0$ के लिए
2. सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए
3. केवल $-1 < x < 1$ के लिए
4. केवल $-1 < x \le 1$ के लिए

34. The power series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{[2+(-1)^n]^n}{3^n} x^n$ converges

1. only for $x = 0$
2. for all $x \in \mathbb{R}$
3. only for $-1 < x < 1$
4. only for $-1 < x \le 1$

35. निम्न प्रकरणों में से किसमें समुच्चय S से समुच्चय T तक **आच्छादक** संतत फलन **नहीं** है?

1. $S = [0, 1], T = \mathbb{R}$
2. $S = (0, 1), T = \mathbb{R}$
3. $S = (0, 1), T = (0, 1]$
4. $S = \mathbb{R}, T = (0, 1)$

35. In which of the following cases, there is **no** continuous function f from the set S **onto** the set T?

1. $S = [0, 1], T = \mathbb{R}$
2. $S = (0, 1), T = \mathbb{R}$
3. $S = (0, 1), T = (0, 1]$
4. $S = \mathbb{R}, T = (0, 1)$

36. फलन $f(x)=a_0+a_1|x|+a_2|x|^2+a_3|x|^3$, $x=0$ पर अवकलनीय

1. a_0,a_1,a_2,a_3 के किसी भी मान के लिए नहीं है ।
2. a_0,a_1,a_2,a_3 के किसी भी मान के लिए है ।
3. केवल यदि $a_1=0$ के लिए है ।
4. केवल यदि दोनों $a_1=0$ तथा $a_3=0$ के लिए है।

36. The function $f(x)=a_0+a_1|x|+a_2|x|^2+a_3|x|^3$ is differentiable at $x=0$

1. for no values of a_0,a_1,a_2,a_3
2. for any value of a_0,a_1,a_2,a_3
3. only if $a_1=0$
4. only if both $a_1=0$ and $a_3=0$.

37. जहां $a,b\in\mathbb{R}$ हैं, मानें कि $A=\begin{bmatrix}1&3&5&a&13\\0&1&7&9&b\\0&0&1&11&15\end{bmatrix}$ । सही कथन को चुनें।

1. a तथा b के ऐसे मानों का अस्तित्व है जिनके लिए A के स्तंभ रैखिकतः स्वतंत्र हैं।
2. a तथा b के ऐसे मानों का अस्तित्व है जिनके लिए $A\mathbf{x}=\mathbf{0}$ का केवल $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ हल है
3. a तथा b के सभी मानों के लिए A की पंक्तियां $\mathbb{R}^5$ के त्रिविम उपसमुच्चय का जनन करती हैं।
4. a तथा b के ऐसे मानों का अस्तित्व है जिनके लिए जाति$(A)=2$ है।

37. Let $A=\begin{bmatrix}1&3&5&a&13\\0&1&7&9&b\\0&0&1&11&15\end{bmatrix}$ where $a,b\in\mathbb{R}$. Choose the correct statement.

1. There exist values of a and b for which the columns of A are linearly independent.
2. There exist values of a and b for which $A\mathbf{x}=\mathbf{0}$ has $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ as the only solution.
3. For all values of a and b the rows of A span a 3-dimensional subspace of $\mathbb{R}^5$
4. There exist values of a and b for which rank$(A)=2$.

38. निम्न वलयों में से कौन सा मुख्य गुणजावली प्रांत (PID) है?

1. $\mathbb{Q}[X,Y]/(X)$
2. $\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}$
3. $\mathbb{Z}[X]$
4. $M_2(\mathbb{Z})$, $\mathbb{Z}$ में प्रविष्टियों के साथ 2×2 आव्यूहों का वलय

38. Which of the following rings is a PID?

1. $\mathbb{Q}[X,Y]/(X)$
2. $\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}$
3. $\mathbb{Z}[X]$
4. $M_2(\mathbb{Z})$, the ring of 2×2 matrices with entries in $\mathbb{Z}$

39. मानें कि $\mathbb{Q}$ पर $F \subseteq \mathbb{C}$ $x^7 - 2$ का विभाजक क्षेत्र है तथा $z = e^{2\pi i/7}$ एक का एक आदिम सातवां मूल है। माने कि $[F: \mathbb{Q}(z)] = a$ तथा $[F: \mathbb{Q}(\sqrt[7]{2})] = b$ तो

1. $a = b = 7$
2. $a = b = 6$
3. $a > b$
4. $a < b$

39. Let $F \subseteq \mathbb{C}$ be the splitting field of $x^7 - 2$ over $\mathbb{Q}$, and $z = e^{2\pi i/7}$, a primitive seventh root of unity. Let $[F: \mathbb{Q}(z)] = a$ and $[F: \mathbb{Q}(\sqrt[7]{2})] = b$. Then

1. $a = b = 7$
2. $a = b = 6$
3. $a > b$
4. $a < b$

40. मानें कि X_1 तथा X_2 स्वतंत्र तथा सवर्थासम बंटित यादृच्छिक चर हैं, जिनमें से हर एक माध्य θ के एक चरघातांकी बंटन का अनुसरण करता है, अर्थात आम प्रायिकता बंटन फलन $f_\theta(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, 0 < x < \infty, 0 < \theta < \infty$ से दिया जाता है। तो निम्न में से क्या सही है?

यह दिये जाने पर कि $X_1 + X_2 = t$ है, X_2 का प्रतिबंधी बंटन

1. चरघातांकी है, माध्य $\frac{t}{2}$ के साथ तथा इसलिए $X_1 + X_2$ θ के लिए पर्याप्त है।
2. चरघातांकी है, माध्य $\frac{t\theta}{2}$ के साथ तथा इसलिए $X_1 + X_2$ θ के लिए पर्याप्त नहीं है।
3. एकसमान $(0, t)$ है तथा इसलिए $X_1 + X_2$ θ के लिए पर्याप्त है।
4. एकसमान $(0, t\theta)$ है तथा इसलिए $X_1 + X_2$ θ के लिए पर्याप्त नहीं है।

40. Suppose X_1 and X_2 are independent and identically distributed random variables each following an exponential distribution with mean θ, i.e., the common pdf is given by $f_\theta(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, 0 < x < \infty, 0 < \theta < \infty$.

Then which of the following is true?
Conditional distribution of X_2 given $X_1 + X_2 = t$ is

1. exponential with mean $\frac{t}{2}$ and hence $X_1 + X_2$ is sufficient for θ.
2. exponential with mean $\frac{t\theta}{2}$ and hence $X_1 + X_2$ is not sufficient for θ.
3. uniform $(0, t)$ and hence $X_1 + X_2$ is sufficient for θ.
4. uniform $(0, t\theta)$ and hence $X_1 + X_2$ is not sufficient for θ.

41. N इकाइयों की एक समष्टि से आमाप n का एक साधारण यादृच्छिक नमूना प्रतिस्थापन के साथ (प्र सा सा या न) निकाला जाता है। नमूने में प्रत्याशित पृथक इकाइयों की संख्या है

1. $n\left[1 - \left(\frac{N-1}{N}\right)^n\right]$

2. $n\left[1-\left(\frac{N-2}{N}\right)^{n}\right]$

3. $N\left[1-\left(\frac{N-1}{N}\right)^{n}\right]$

4. $N\left[1-\frac{n(N-1)}{N}\right]^{n}$

41. A simple random sample of size n is drawn with replacement (SRSWR) from a population of N units. The expected number of distinct units in the sample is

1. $n\left[1-\left(\frac{N-1}{N}\right)^{n}\right]$
2. $n\left[1-\left(\frac{N-2}{N}\right)^{n}\right]$
3. $N\left[1-\left(\frac{N-1}{N}\right)^{n}\right]$
4. $N\left[1-\frac{n(N-1)}{N}\right]^{n}$

42. दो घट्कों के एक समांतर तंत्र पर विचारें। इन दो घटकों के आयुकाल स्वतंत्रतः तथा सवर्थसमानत बंटित यादृच्छिक चर हैं, जिनमे से हर एक माध्य 1 के चरघातांकी बंटन का अनुसरण करता है। तंत्र का प्रत्याशित आयुकाल है

1. 1
2. 1/2
3. 3/2
4. 2

42. Consider a parallel system with two components. The lifetimes of the two components are independent and identically distributed random variables each following an exponential distribution with mean 1. The expected lifetime of the system is

1. 1
2. 1/2
3. 3/2
4. 2

43. समुच्चय $\left\{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}: m,\ n \in \mathbb{N}\right\}$ की सीमा बिंदुओं की संख्या

1. 1 है।
2. 2 है।
3. परिमितानेक है।
4. अनंततः अनेक है।

43. The number of limit points of the set $\left\{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}: m,\ n \in \mathbb{N}\right\}$ is

1. 1
2. 2

3. finitely many
4. infinitely many

44. x-अक्ष में a से b तक तथा वक्र $f(x)$ के बीच परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल परिमित है जब

1. $a = 0, b = \infty, f(x) = e^{-5x^5}$
2. $a = -\infty, b = \infty, f(x) = e^{-5x^5}$
3. $a = -7, b = \infty, f(x) = \frac{1}{x^4}$
4. $a = -7, b = 7, f(x) = \frac{1}{x^4}$

44. Area enclosed between x-axis from a to b and the curve $f(x)$ is finite when

1. $a = 0, b = \infty, f(x) = e^{-5x^5}$
2. $a = -\infty, b = \infty, f(x) = e^{-5x^5}$
3. $a = -7, b = \infty, f(x) = \frac{1}{x^4}$
4. $a = -7, b = 7, f(x) = \frac{1}{x^4}$

45. निम्न रैखिक प्रक्रमन समस्या पर विचारें। $z = 3x_1 + 2x_2$ का चरमीकरण करें, प्रतिबंधों

1. $x_1 + x_2 \geq 1$
2. $x_1 + x_2 \leq 5$
3. $2x_1 - 3x_2 \leq 6$
4. $-2x_1 + 3x_2 \leq 6$ के साथ ।

1. समस्या का एक अपरिबद्ध हल है।
2. समस्या का यथातथ एक इष्टतम हल है।
3. समस्या के एक से अधिक इष्टतम हल हैं।
4. समस्या का कोई सुसंगत हल नहीं है।

45. Consider the following linear programming problem:

Maximize $z = 3x_1 + 2x_2$
subject to

1. $x_1 + x_2 \geq 1$
2. $x_1 + x_2 \leq 5$
3. $2x_1 - 3x_2 \leq 6$
4. $-2x_1 + 3x_2 \leq 6$

The problem has

1. an unbounded solution
2. exactly one optimal solution
3. more than one optimal solution
4. no feasible solutions

46. मानें कि a, b, c पृथक वास्तविक अंक हैं। तो समीकरण $(x-a)^3 + (x-b)^3 + (x-c)^3 = 0$ के पृथक वास्तविक मूलों की संख्या

1. 1 है।
2. 2 है।

3. 3 है।
4. a, b, c के मूल्यों पर निर्भर है।

46. Let a, b, c be distinct real numbers. Then the number of distinct real roots of the equation $(x-a)^3 + (x-b)^3 + (x-c)^3 = 0$ is

1. 1
2. 2
3. 3
4. depends on the values of a, b, c.

47. जहां $a, b \in \mathbb{R}$ हैं, $\mathbb{R}^2$ के निम्न उपसमुच्चयों के बारे में विचारें।

$$A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a \neq b\right\}$$

$$B = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1, a \neq b\right\}$$

$$C = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : ax + by + 5 = 0\right\}$$

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : ax = by^2\right\}$$

$$E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^3 + y^3 = 1\right\}$$

तो निम्न में से कौन-सा सही है?

1. C तथा D संहत हैं, परंतु A, B, E संहत नहीं हैं।
2. A तथा B संहत हैं, परंतु C, D, E संहत नहीं हैं।
3. A, B तथा E संहत हैं, परंतु C, D संहत नहीं हैं।
4. A तथा E संहत हैं, परंतु B, C, D संहत नहीं हैं।

47. Consider the following subsets of $\mathbb{R}^2$, where $a, b \in \mathbb{R}$.

$$A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a \neq b\right\}$$

$$B = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1, a \neq b\right\}$$

$$C = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : ax + by + 5 = 0\right\}$$

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : ax = by^2\right\}$$

$$E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^3 + y^3 = 1\right\}$$

Then which of the following is correct?

1. C and D are compact, but A, B, E are not compact.
2. A and B are compact, but C, D, E are not compact.
3. A, B and E are compact, but C, D are not compact.
4. A and E are compact, but B, C, D are not compact.

48. मानें कि $p(z)$ तथा $q(z)$ दो शून्येतर सम्मिश्र बहुपद हैं। तो $p(z)\overline{q(z)}$ विश्लेषिक है तथा केवल यदि

1. $p(z)$ अचर है।
2. $p(z)q(z)$ अचर है।
3. $q(z)$ अचर है।
4. $\overline{p(z)}q(z)$ अचर है।

48. Let $p(z)$, $q(z)$ be two non-zero complex polynomials. Then $p(z)\overline{q(z)}$ is analytic if and only if

1. $p(z)$ is constant
2. $p(z)q(z)$ is constant
3. $q(z)$ is a constant
4. $\overline{p(z)}q(z)$ is a constant

49. यदि z_1 तथा z_2 पृथक सम्मिश्र संख्याएं हैं ताकि $|z_1| = |z_2| = 1$ तथा $z_1 + z_2 = 1$ हैं, तो सम्मिश्र तल z_1 पर z_2 तथा –1 शीर्षों वाली त्रिभुजा को

1. समबाहु होना चाहिए।
2. लंबकोण होना चाहिए।
3. समद्विबाहु होना चाहिए, परंतु आवश्यकतः समबाहु नहीं।
4. अधिकोणीय होना चाहिए।

49. If z_1 and z_2 are distinct complex numbers such that $|z_1| = |z_2| = 1$ and $z_1 + z_2 = 1$, then the triangle in the complex plane with z_1, z_2 and -1 as vertices

1. must be equilateral
2. must be right-angled
3. must be isosceles, but not necessarily equilateral
4. must be obtuse angled

50. $\mathbb{R}^2$ में निम्न तीन समष्टियों पर विचारें

(a) $A_1 = \{ (-2, 0), (2, 0), (0, -2), (0, 2), (-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1) \}$
(b) $A_2 = \{ (0, 0), (-1, 1), (1, 1), (-2, 3), (2, 3), (-3, 6), (3, 6) \}$
(c) $A_3 = \{ (-3, 0), (-2, 0), (0, 0), (1, 0), (2, 0), (3, 1) \}$

मानें कि हर समष्टि से एक बिंदु यादृच्छिकतः चुनी जाती है, समष्टि A_i से निकाली गयी बिंदु को(X_i, Y_i), $i = 1, 2, 3$ से चिह्नित करते हुए। तो सहप्रसरण (X_i, Y_i) का निरपेक्ष मान इसके लिये उच्चतम होगा

1. $i = 1$
2. $i = 2$
3. $i = 3$
4. $i = 2$ तथा $i = 3$

50. Consider the following three populations in $\mathbb{R}^2$:

(a) $A_1 = \{ (-2, 0), (2, 0), (0, -2), (0, 2), (-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1) \}$
(b) $A_2 = \{ (0, 0), (-1, 1), (1, 1), (-2, 3), (2, 3), (-3, 6), (3, 6) \}$
(c) $A_3 = \{ (-3, 0), (-2, 0), (0, 0), (1, 0), (2, 0), (3, 1) \}$

Suppose one point is selected at random from each population, the point from population A_i being labeled (X_i, Y_i), $i = 1, 2, 3$. Then the absolute value of $\text{Cov}(X_i, Y_i)$ will be highest for

1. $i = 1$
2. $i = 2$
3. $i = 3$
4. $i = 2$ and $i = 3$

51. मानें कि J_1 सभी $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ के लिए समुच्चय $(a,b)\times(c,d)$ को अंतर्गत करने वाले $\mathbb{R}^2$ की लघुत्तम संस्थिति है; J_2 सभी $a,\ b \in \mathbb{R}, c>0$ के लिए समुच्चय $\{(x,y):(x-a)^2+(y-b)^2<c\}$ को अंतर्गत करने वाली लघुत्तम संस्थिति है; J_3 सभी $a,\ b\in\mathbb{R}, c>0$ के लिए समुच्चय $\{(x,y):|x-a|+|y-b|<c\}$ को अंतर्गत करने वाली लघुत्तम संस्थिति है। निम्न में से कौन-सा सही है?

1. $J_1 = J_2 = J_3$
2. $J_1 \subsetneq J_2 \subseteq J_3$
3. $J_2 \subsetneq J_3 \subseteq J_1$
4. $J_3 \subsetneq J_2 \subseteq J_1$

51. Let J_1 be the smallest topology on $\mathbb{R}^2$ containing the sets $(a,b)\times(c,d)$ for all $a,b,c,d \in \mathbb{R}$;
J_2 be the smallest topology containing the sets $\{(x,y):(x-a)^2+(y-b)^2<c\}$ for all $a,\ b\in\mathbb{R}, c>0$;
J_3 be the smallest topology containing the sets $\{(x,y):|x-a|+|y-b|<c\}$ for all $a,\ b\in\mathbb{R}, c>0$.
Which of the following is true?

1. $J_1 = J_2 = J_3$
2. $J_1 \subsetneq J_2 \subseteq J_3$
3. $J_2 \subsetneq J_3 \subseteq J_1$
4. $J_3 \subsetneq J_2 \subseteq J_1$

52. निम्न रैखिक प्रतिदर्श पर विचारें $Y_i = a + (-1)^i b + e_i\,;\ i = 1, \ldots, n,\ \ n \geq 3$
जहां e_i सब स्वतंत्रतः तथा सवर्थासमतः बंटित, माध्य शून्य तथा प्रसरण σ^2 से युक्त प्रसामान्य बंटन को अनुसरण करने वाले यादृच्छिक चर हैं। निम्न कथनों में से कौन सा सही है?

1. a तथा b के अधिकतम संभावित आकलकों का हमेशा अस्तित्व है।
2. a तथा b के अधिकतम संभावित आकलकों का हमेशा अस्तित्व है, परंतु वे अद्वितीय शायद नहीं हैं।
3. σ^2 के अधिकतम संभाविता आकलक का अस्तित्व नहीं हैं।
4. a तथा b के अधिकतम संभाविता आकलक अविरोधी नहीं हैं।

52. Consider the following linear model

$$Y_i = a + (-1)^i b + e_i\,;\ i = 1, \ldots, n,\ \ n \geq 3$$

where e_i's are independent and identically distributed random variables following normal distribution with mean zero and variance σ^2. Which of the following statements is correct?

1. The maximum likelihood estimators of a and b always exist
2. The maximum likelihood estimators of a and b always exist, but they may not be unique
3. The maximum likelihood estimator of σ^2 does not exist
4. The maximum likelihood estimators of a and b are not consistent

53. मानक आंतर गुणनफल युक्त $\mathbb{R}^3$ पर विचारें। $(1,0,-1)$ से जनित $\mathbb{R}^3$ की उपसमुच्चय को W मानें। W के लांबिक पूरक के लिए आधार निम्न में से कौन सा है?

1. $\{(1,0,1),(0,1,0)\}$
2. $\{(1,2,1),(0,1,1)\}$
3. $\{(2,1,2),(4,2,4)\}$
4. $\{(2,-1,2),(1,3,1),(-1,-1,-1)\}$

53. Consider $\mathbb{R}^3$ with the standard inner product. Let W be the subspace of $\mathbb{R}^3$ spanned by $(1,0,-1)$. Which of the following is a basis for the orthogonal complement of W?

1. $\{(1,0,1),(0,1,0)\}$
2. $\{(1,2,1),(0,1,1)\}$
3. $\{(2,1,2),(4,2,4)\}$
4. $\{(2,-1,2),(1,3,1),(-1,-1,-1)\}$

54. मानें कि $X_1, X_2, \ldots, X_n$ स्वतंत्रतः तथा सवर्थसमानतः बंटित यादृच्छिक चर हैं जिनमें से हर एक का(0,1) पर एक एकसमान बंटन है। जहा $a_i = \frac{i-1}{k}$ तथा $b_i = a_i + \frac{1}{k}$ हैं $\{(a_i, b_i],\ i=1,2,\ldots,k\}$ से दिए जाने वाले k समदूरस्त वर्ग अंतरालों के साथ इन मूल्यों के आयतचित्र पर विचारें। मानें कि अंतराल $(a_i, b_i]$ में मूल्यों की संख्या N_i है। तो N_1 तथा N_k के बीच सहप्रसरण है

1. 0
2. $-n/k^2$
3. n/k^2
4. 1/2

54. Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be independent and identically distributed random variables each having a uniform distribution on (0,1). Consider the histogram of these values with k equally spaced class intervals given by $\{(a_i, b_i],\ i=1,2,\ldots,k\}$ where $a_i = \frac{i-1}{k}$, and $b_i = a_i + \frac{1}{k}$. Let N_i be the number of values in the interval $(a_i, b_i]$. Then the covariance of N_1 and N_k is

1. 0
2. $-n/k^2$
3. n/k^2
4. 1/2

55. एक रैखिक रूपांतरण T $\mathbb{R}^2$ के हर सदिश को 90° दक्षिणावर्त घुमाता है। मानक क्रमित आधार $\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right)$ के सापेक्ष आव्यूह T है

1. $\begin{bmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

55. A linear transformation T rotates each vector in $\mathbb{R}^2$ clockwise through 90°. The matrix T relative to the standard ordered basis $\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$ is

1. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

56. मानें कि $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ एक रैखिक रूपांतरण है। निम्न कथनों में से कौन सा संकेत देता है कि T एकैक आच्छादित है?

1. शून्यता $(T) = n$
2. जाति (T) = शून्यता $(T) = n$
3. जाति $(T))$ + शून्यता$(T) = n$
4. जाति (T) – शून्यता $(T) = n$

56. Let $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ be a linear transformation. Which of the following statements implies that T is bijective?

1. Nullity $(T) = n$
2. Rank (T) = Nullity $(T) = n$
3. Rank (T) + Nullity $(T) = n$
4. Rank (T) – Nullity $(T) = n$

57. (X, Y) द्विचर प्रसामान्य बंटन $N_2(0, 0, 1, 1, \rho), -1 < \rho < 1$ का अनुसरण करता है। तो

1. केवल यदि $\rho = 0$ है तो $X+Y$ तथा $X-Y$ असहसंबंधित हैं।
2. केवल यदि $\rho < 0$ है तो $X+Y$ तथा $X-Y$ असहसंबंधित हैं।
3. केवल यदि $\rho > 0$ है तो $X+Y$ तथा $X-Y$ असहसंबंधित हैं।
4. ρ के सभी मूल्यों के लिए $X+Y$ तथा $X-Y$ असहसंबंधित हैं।

57. (X, Y) follows the bivariate normal distribution $N_2(0, 0, 1, 1, \rho), -1 < \rho < 1$. Then,

1. $X+Y$ and $X-Y$ are uncorrelated only if $\rho = 0$
2. $X+Y$ and $X-Y$ are uncorrelated only if $\rho < 0$
3. $X+Y$ and $X-Y$ are uncorrelated only if $\rho > 0$
4. $X+Y$ and $X-Y$ are uncorrelated for all values of ρ

58. समाकल समीकरण $y(x)=x-\int_1^x xy(t)dt \;\; ; \; y\in C^1[1,\infty)$ का हल है

1. $y=x(1-ln\,x)$
2. $y=xe^{x-\frac{1}{2}}(x-1)+x$
3. $y=xe^{(1-x^2)\;2}$
4. $y=x-x\left(e^{x^2}-e\right)$

58. The integral equation

$$y(x)=x-\int_1^x xy(t)dt \quad ; \quad y\in C^1[1,\infty)$$

has the solution

1. $y=x(1-ln\,x)$
2. $y=xe^{x-\frac{1}{2}}(x-1)+x$
3. $y=xe^{(1-x^2)\;2}$
4. $y=x-x\left(e^{x^2}-e\right)$

59. मानें कि $U_1, U_2, \ldots$ स्वतंत्रतः तथा सवर्थासमानतः बंटित यादृच्छिक चर हैं, जिनमें से हर एक का $(0, 1)$ पर एक एकसमान बंटन है। तो $\lim_{n\to\infty} P\left(U_1+\cdots+U_n\le\frac{3}{4}n\right)$ का अस्तित्व

1. नहीं है।
2. है तथा वह शून्य के समान है।
3. है तथा वह एक के समान है।
4. है तथा वह $\frac{3}{4}$ के समान है।

59. Let U_1, U_2, ... be independent and identically distributed random variables each having a uniform distribution on (0, 1). Then $\lim_{n\to\infty} P\left(U_1+\cdots+U_n\le\frac{3}{4}n\right)$

1. does not exist
2. exists and equals 0
3. exists and equals 1.
4. exists and equals $\frac{3}{4}$

60. द्विघात समीकरण $x^2+2Ux+V=0$ पर विचारें जहां U तथा V $\{1, 2, 3\}$से समान प्रायिकताओं के साथ स्वतंत्रतः तथा यादृच्छिकतः चुने जाते हैं। तो समीकरण के दोनों हलों के वास्तविक होने की प्रायिकता है

1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{7}{9}$
4. $\frac{1}{3}$

60. Consider the quadratic equation $x^2+2Ux+V=0$ where U and V are chosen independently and randomly from {1, 2, 3} with equal probabilities. Then the probability that the equation has both roots real equals

1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{7}{9}$
4. $\frac{1}{3}$

भाग 'ग' PART 'C'

61. मानें कि p वास्तविक चर x का $p(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x - 1.$ रूप का एक वास्तविक बहुपद है। मानें कि विवृत एकांक चक्रिका पर p का कोई मूल नहीं है तथा $p(-1) = 0$ है । तो

1. $p(1) = 0$
2. $\lim_{x\to\infty} p(x) = \infty$
3. $p(2)>0$
4. $p(3)=0$

61. Let p be a real polynomial of the real variable x of the form $p(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x - 1.$ Suppose that p has no roots in the open unit disc and $p(-1) = 0.$ Then

1. $p(1) = 0$
2. $\lim_{x\to\infty} p(x) = \infty$
3. $p(2)>0$
4. $p(3)=0$

62. माने कि f, $\mathbb{R}^2$ का एक फलन है ताकि सभी $(x, y) \in \mathbb{R}^2.$ के लिए $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ है।

1. किसी बिंदु $(x^*, y^*) \in \mathbb{R}^2$ के लिए $f(x, y) - f(y, x) = (x - y)\frac{\partial f}{\partial x}(x^*, y^*) + (y - x)\frac{\partial f}{\partial y}(x^*, y^*)$ है।
2. रेखा $x = -y$ से समांतर सभी रेखाओं पर f अचर है।
3. सभी $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ के लिए $f(x, y) = 0$ है।
4. सभी $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ के लिए $f(x, y) = f(-y, x)$ है।

62. Let f be a function of $\mathbb{R}^2$ such that $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ for all $(x, y) \in \mathbb{R}^2.$

1. $f(x, y) - f(y, x) = (x - y)\frac{\partial f}{\partial x}(x^*, y^*) + (y - x)\frac{\partial f}{\partial y}(x^*, y^*)$ for some point $(x^*, y^*) \in \mathbb{R}^2$
2. f is a constant on all lines parallel to the line $x = -y$
3. $f(x, y) = 0$ for all $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
4. $f(x, y) = f(-y, x)$ for all $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

63. मानें कि $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ एक फलन है जो $|f(x) - f(y)| \le |x - y|^\beta, \beta > 0.$ का समाधान करता है। निम्न में से क्या सही है?

1. यदि $\beta = 1$ है तो f अवकलनीय है।
2. यदि $\beta > 0$ तो f एकसमान संतत है।
3. यदि $\beta > 1$ तो f एक अचर फलन है।
4. f को एक बहुपद होना चाहिए।

63. Suppose $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is a function that satisfies $|f(x) - f(y)| \le |x - y|^\beta, \beta > 0.$ Which of the following is correct?

1. if $\beta = 1$ then f is differentiable
2. If $\beta > 0$ then f is uniformly continuous
3. If $\beta > 1$ then f is a constant function
4. f must be a polynomial

64. मानें कि S सभी अभाज्यों p के एक समुच्चय का निर्दिष्ट करता है ताकि निम्न आव्यूह व्युत्क्रमणीय है जब यह माना जाता है कि $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ में प्रविष्टियों के साथ वह आव्यूह है

$$ÿA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. S सभी अभाज्य अंकों के अंतर्विष्ट करता है।
2. S सभी अभाज्य अंकों जिनके मान 10 से अधिक है, को निर्दिष्ट करता है।
3. S सिवाय 2 तथा 5 के सभी अभाज्य अंकों को निर्दिष्ट करता है।
4. S सभी विषम अभाज्य अंकों को अंतर्विष्ट करता है।

64. Let S denote the set of all primes p such that the following matrix is invertible when considered as a matrix with entries in $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Which of the following statements are true?

1. S contains all the prime numbers
2. S contains all the prime numbers greater than 10
3. S contains all the prime numbers other than 2 and 5
4. S contains all the odd prime numbers.

65. मानें कि $A \in M_{10}(\mathbb{C})$ $\mathbb{C}$ में प्रविष्टियों के साथ के 10×10 आव्यूहों की सदिश समष्टि है। मानें कि W_A, $M_{10}(\mathbb{C})$ की उपसमष्टि है जो $\{A^n \mid n \geq 0\}$ । से जनित है। सही कथनों को चुनें।

1. किसी A के लिए, विम$(W_A) \leq 10$ है।
2. किसी A के लिए, विम$(W_A) < 10$ है।
3. कुछ A के लिए, $10 <$ विम $(W_A) < 100$ है।
4. कुछ A के लिए, विम$(W_A) = 100$ है।

65. Let $A \in M_{10}(\mathbb{C})$, the vector space of 10×10 matrices with entries in $\mathbb{C}$. Let W_A be the subspace of $M_{10}(\mathbb{C})$ spanned by $\{A^n \mid n \geq 0\}$. Choose the correct statements.

1. For any A, $\dim(W_A) \leq 10$
2. For any A, $\dim(W_A) < 10$
3. For some A, $10 < \dim(W_A) < 100$
4. For some A, $\dim(W_A) = 100$

66. मानें कि A एक सम्मिश्रित 3×3 आव्यूह है जहां $A^3 = -I$ है। निम्न कथनों में कौन से सही हैं?

1. A के तीन पृथक अभिलक्षाणिक मान हैं।
2. $\mathbb{C}$ पर A विकर्णनीय है।
3. $\mathbb{C}$ पर A त्रिभुजनीय है।
4. A व्युत्क्रमणीय है।

66. Let A be a complex 3×3 matrix with $A^3 = -I$. Which of the following statements are correct?

1. A has three distinct eigenvalues
2. A is diagonalizable over $\mathbb{C}$
3. A is triangularizable over $\mathbb{C}$
4. A is non-singular

67. दिये गये q तथा p के द्विघातीय रूप पर विचारें।

$q(x, y, z, w) = x^2 + y^2 + z^2 + bw^2$ तथा
$p(x, y, z, w) = x^2 + y^2 + czw$.

निम्न कथनों में कौन से सही हैं?

1. यदि b तथा c शून्येतर सम्मिश्रित अंक हैं, तो p तथा q $\mathbb{C}$ पर तुल्यमान हैं।
2. यदि b तथा c शून्येतर वास्तविक अंक हैं, तो p तथा q $\mathbb{R}$ पर तुल्यमान हैं।
3. यदि b तथा c शून्येतर वास्तविक अंक हैं b ऋणात्मक के साथ, तो p तथा q $\mathbb{R}$ पर तुल्यमान हैं।
4. यदि $c=0$ है तो p तथा q $\mathbb{R}$ पर तुल्यमान **नहीं** हैं।

67. Consider the quadratic forms q and p given by

$q(x, y, z, w) = x^2 + y^2 + z^2 + bw^2$ and
$p(x, y, z, w) = x^2 + y^2 + czw$.

Which of the following statements are true?

1. p and q are equivalent over $\mathbb{C}$ if b and c are nonzero complex numbers.
2. p and q are equivalent over $\mathbb{R}$ if b and c are nonzero real numbers.
3. p and q are equivalent over $\mathbb{R}$ if b and c are nonzero real numbers with b negative.
4. p and q are NOT equivalent over $\mathbb{R}$ if $c = 0$

68. मानें कि $X_1, \ldots, X_n$ स्वतंत्रत: सर्वथासमतः बंटित यादृच्छिक चर हैं, प्रायिकता घनत्व फलन

$f(x)=\frac{1}{2}\lambda^3 x^2 e^{-\lambda x}\ ;\ x>0,\ \lambda>0$ के साथ। तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. $\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}$ λ का अनभिनत आकल है।
2. $\frac{3n}{\sum_{i=1}^{n} X_i}$ λ का अनभिनत आकल है।
3. $\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}$ λ का अविरोधी आकल है।
4. $\frac{3n}{\sum_{i=1}^{n} X_i}$ λ का अवरोधी आकल है।

68. Let $X_1, \ldots, X_n$ be independent and identically distributed random variables with probability density function

$$f(x)=\frac{1}{2}\lambda^3 x^2 e^{-\lambda x}\ ;\ x>0,\ \lambda>0$$

Then which of the following statements are true?

1. $\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}$ is an unbiased estimator of λ
2. $\frac{3n}{\sum_{i=1}^{n}X_i}$ is an unbiased estimator of λ
3. $\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}$ is a consistent estimator of λ
4. $\frac{3n}{\sum_{i=1}^{n}X_i}$ is a consistent estimator of λ

69. अवस्था समष्टि{1, 2, 3, 4, 5} पर संक्रमण प्रायिकता आव्यूह $\begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2/5 & 1/5 & 0 & 2/5 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix}$ की एक मार्कोव शृंखला पर विचारें। तो निम्न कथनों में से कौन से सही है?

1. अवस्थायें 1, 2, 4 पुनरावर्ती हैं तथा अवस्थायें 3, 5 क्षणिक हैं।
2. अवस्थायें 1, 2, 3, 4 पुनरावर्ती हैं तथा अवस्थायें 5 क्षणिक हैं।
3. शृंखला का एक अद्वितीय स्थिर बंटन है।
4. शृंखला का एक से अधिक स्थिर बंटन हैं।

69. Consider a Markov chain on the state space {1, 2, 3, 4, 5} with transition probability matrix

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2/5 & 1/5 & 0 & 2/5 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \end{pmatrix}$$

Then which of the following statements are true?

1. States 1, 2, 4 are recurrent and states 3, 5 are transient
2. States 1, 2, 3, 4 are recurrent and state 5 is transient
3. The chain has a unique stationary distribution
4. The chain has more than one stationary distributions

70. मानें कि X तथा Y स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं, जिनमें से हर एक (0, 1) पर एक एकसमान बंटन का अनुसरण करते हैं। मानें कि $W = X\, I_{\{Y \le X^2\}}$ जहां I_A समुच्चय A के सूचक फलन को निर्दिष्ट करता है। तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. W का संचयी बंटन फलन $F_W(t) = t^2 I_{\{0\le t\le 1\}} + I_{\{t>1\}}$ से दिया जाता है।

2. $P[W > 0] = \frac{1}{3}$

3. W का संचयी बंटन फलन संतत है।

4. W का संचयी बंटन फलन $F_W(t) = \left(\frac{2+t^3}{3}\right) I_{\{0\le t\le 1\}} + I_{\{t>1\}}$ से दिया जाता है।

70. Let X and Y be independent random variables each following a uniform distribution on $(0, 1)$. Let $W = X\, I_{\{Y\le X^2\}}$, where I_A denotes the indicator function of the set A. Then which of the following statements are true?

1. The cumulative distribution function of W is given by $F_W(t) = t^2 I_{\{0\le t\le 1\}} + I_{\{t>1\}}$
2. $P[W > 0] = \frac{1}{3}$
3. The cumulative distribution function of W is continuous
4. The cumulative distribution function of W is given by $F_W(t) = \left(\frac{2+t^3}{3}\right) I_{\{0\le t\le 1\}} + I_{\{t>1\}}$

---

71. मानें कि X एक यादृच्छिक चर है, प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = \alpha(x-\mu)^{\alpha-1} e^{-(x-\mu)^\alpha}$; $-\infty<\mu<\infty,\ \alpha>0,\ x>\mu$ के साथ। जोखिम फलन है

1. सभी α के लिए अचर
2. कुछ α के लिए बढ़ता फलन
3. α से स्वतंत्र
4. जब $\alpha = 1$ है तो μ से स्वतंत्र

71. Let X be a random variable with probability density function

$$f(x) = \alpha(x-\mu)^{\alpha-1} e^{-(x-\mu)^\alpha};\ -\infty<\mu<\infty,\ \alpha>0,\ x>\mu.$$

The hazard function is

1. constant for all α
2. an increasing function for some α
3. independent of α
4. independent of μ when $\alpha = 1$

72. मानें कि $X_1, X_2, \ldots$ स्वतंत्रतः एवं सर्वथासमतः बंटित यादृच्छिक चर हैं, जिनमें से हर एक $(0, 1)$ पर एक एकसमान बंटन का अनुसरण करता है। निर्दिष्ट करें कि T_n = उच्चतम $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ है। तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. प्रायिकता में T_n 1 पर अभिसरित होता है।
2. बंटन में $n(1-T_n)$ पर अभिसरित होता है।
3. बंटन में $n^2(1-T_n)$ पर अभिसरित होता है।
4. प्रायिकता में $\sqrt{n}(1-T_n)$ 0 पर अभिसरित होता है।

72. Let $X_1, X_2, \ldots$ be independent and identically distributed random variables each following a uniform distribution on (0, 1). Denote $T_n = \max\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$. Then, which of the following statements are true?

1. T_n converges to 1 in probability.
2. $n(1-T_n)$ converges in distribution.
3. $n^2(1-T_n)$ converges in distribution.
4. $\sqrt{n}(1-T_n)$ converges to 0 in probability.

73. निम्न इष्टतमीकरण समस्या पर विचारें: $3x+4y+2z$ को अधिकतमी करें, प्रतिबंधों

$x+y+z \le 12$
$x+2y-z \le 5$
$x-y+z \le 2,$

के साथ, जहां $x, y, z \ge 0$ हैं। तो

1. समस्या का एक से अधिक शक्य हल हैं।
2. प्रतिसमस्या का उद्देश्य फलन $12u+5v+2w$ का न्यूनतमीकरण है।
3. प्रतिसमस्या के व्यवरोधों में एक है $u-v+w \ge 2$।
4. प्रतिसमस्या के व्यवरोधों में दो है $u+v+w \le 3$, $u+2v-w \le 4$।

73. Consider the following optimization problem:
Maximize $3x+4y+2z$, subject to

$x+y+z \le 12$
$x+2y-z \le 5$
$x-y+z \le 2,$

where $x, y, z \ge 0$. Then

1. the problem has more than one feasible solution
2. the objective function of the dual problem is to minimize $12u+5v+2w$
3. one of the constraints of the dual problem is $u-v+w \ge 2$
4. two of the constraints of the dual problem are $u+v+w \le 3$, $u+2v-w \le 4$

74. मानें कि $X_1, X_2, \ldots$ स्वतंत्र याद्दच्छिक चर हैं, जिनमें हर एक, अज्ञात माध्य μ तथा अज्ञात प्रसरण $\sigma^2 > 0$ के एक प्रसामान्य बंटन का अनुसरण करते हैं। परिभाषित करें कि

$$\bar{X}_{n-2} = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n-2} X_i,\quad T_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n-2}(X_i-\bar{X}_{n-2})^2}{n-3} \text{ तथा } T_2 = \frac{(X_{n-1}-X_n)}{\sqrt{2}};\ n>3$$

तो निम्न कथनों में से कौन से सही है?

1. σ^2 के लिए T_1 अनाभिनत है।
2. $\frac{T_2}{\sqrt{T_1}}$ t बंटन का, स्वतंत्रता कोटि $(n-3)$ के साथ, अनुसरण करता है।
3. $\frac{T_2^2}{T_1}$ F बंटन का, स्वतंत्रता कोटियां 1 तथा $(n-3)$ के साथ, अनुसरण करता है।
4. μ के आकलन हेतु $\bar{X}_{n-2}$ अविरोधी है।

74. Let X_1, X_2, ... be independent random variables each following a normal distribution with unknown mean μ and unknown variance $\sigma^2 > 0$. Define

$$\bar{X}_{n-2} = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n-2} X_i, \quad T_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n-2}\left(X_i - \bar{X}_{n-2}\right)^2}{n-3} \quad \text{and} \quad T_2 = \frac{\left(X_{n-1} - X_n\right)}{\sqrt{2}}; \; n > 3.$$

Then which of the following statements are correct?

1. T_1 is unbiased for σ^2
2. $\frac{T_2}{\sqrt{T_1}}$ follows a t distribution with $(n-3)$ degrees of freedom
3. $\frac{T_2^2}{T_1}$ follows a F distribution with 1 and $(n-3)$ degrees of freedom
4. $\bar{X}_{n-2}$ is consistent for estimating μ

75. मानें कि X एक अऋणात्मक पूर्णांक मानी यादृच्छिक चर है जिसका प्रायिकता द्रव्यमान फलन $f(x)$ जो $(x+1) f(x+1) = (\alpha + \beta x) f(x)$, $x = 0, 1, 2, \ldots$; $\beta \neq 1$. का समाधान करता है। आप यह मान सकते हैं कि $E(X)$ तथा $Var(X)$ का अस्तित्व है। तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. $E(X) = \frac{\alpha}{1-\beta}$
2. $E(X) = \frac{\alpha^2}{(1-\beta)(1+\alpha)}$
3. $Var(X) = \frac{\alpha^2}{(1-\beta)^2}$
4. $Var(X) = \frac{\alpha}{(1-\beta)^2}$

75. Let X be a non-negative integer valued random variable with probability mass function $f(x)$ satisfying $(x+1) f(x+1) = (\alpha + \beta x) f(x)$, $x = 0, 1, 2, \ldots$; $\beta \neq 1$. You may assume that $E(X)$ and $Var(X)$ exist. Then which of the following statements are true?

1. $E(X) = \frac{\alpha}{1-\beta}$
2. $E(X) = \frac{\alpha^2}{(1-\beta)(1+\alpha)}$
3. $Var(X) = \frac{\alpha^2}{(1-\beta)^2}$
4. $Var(X) = \frac{\alpha}{(1-\beta)^2}$

76. निदर्श $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{ij} + \varepsilon_{ijk}$; $i, j, k = 1, 2, \ldots, 5$ पर विचारें जहां ε_{ijk} स्वतंत्रतः तथा सवर्थासमतः बंटित याद्दच्छिक चर हैं, जिनमें से हर एक माध्य 0 तथा प्रसरण $\sigma^2 > 0$, के एक प्रसामान्य बंटन का अनुसरण करता है, तथा $\mu, \alpha_i, \beta_{ij}, i, j = 1, 2, \ldots, 5$ नियत प्राचल हैं। तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. μ आकलनीय है।
2. $\alpha_i, i = 1, 2, \ldots, 5$ के सभी रैखिक फलन आकलनीय है।
3. $\mu + \alpha_1 + \beta_{12}$ आकलनीय है।
4. $\beta_{21} - \beta_{22}$ आकलनीय है।

76. Consider the model

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{ij} + \varepsilon_{ijk}\,; \quad i, j, k = 1, 2, \ldots, 5$$

where ε_{ijk} are independent and identically distributed random variables each following a normal distribution with mean 0 and variance $\sigma^2 > 0$, and $\mu, \alpha_i, \beta_{ij}, i, j = 1, 2, \ldots, 5$ are fixed parameters. Then which of the following statements are true?

1. μ is estimable
2. All linear functions of α_i, $i = 1, 2, \ldots, 5$ are estimable
3. $\mu + \alpha_1 + \beta_{12}$ is estimable
4. $\beta_{21} - \beta_{22}$ is estimable

77. मानें कि $X_1, X_2, \ldots, X_8$ माध्य θ तथा प्रसरण 1 के प्रसामान्य बंटन से निकाला गया एक याद्दच्छिक नमूना है तथा मानें कि θ का पूर्व बंटन माध्य 2 तथा प्रसरण 2 युक्त प्रसमान्य है। परिभाषित करें कि $\overline{X} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} X_i$ । तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. पूर्व एक संयुग्मी पूर्व है।
2. $\overline{X}$ के दिए जाने पर θ का पश्च माध्य है $\frac{16\overline{X}+2}{17}$
3. निरपेक्ष त्रुटि नष्ट का बेज़ आकलक है $\frac{16\overline{X}+2}{17}$
4. वर्गीकृत त्रुटि नष्ट का बेज़ आकलक है $\frac{16\overline{X}+2}{17}$

77. Let $X_1, X_2, \ldots, X_8$ be a random sample from the normal distribution with mean θ and variance 1, and let the prior distribution of θ be normal with mean 2 and variance 2. Define $\overline{X} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} X_i$.

Then which of the following statements are true?

1. The prior is a conjugate prior
2. Posterior mean of θ given $\overline{X}$ is $\frac{16\overline{X}+2}{17}$
3. For absolute error loss, the Bayes estimator is $\frac{16\overline{X}+2}{17}$
4. For squared error loss, the Bayes estimator is $\frac{16\overline{X}+2}{17}$

78. मानें कि X एक यादृच्छिक चर है जिसका घनत्व फलन है

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2\theta x+1}{\theta+1} & , \quad 0\le x\le 1,\ \theta>-1\\ 0 & , \quad \text{otherwise}\end{cases}$$

परीक्षण समस्या $H_0:\theta\le 1$ बनाम $H_1:\theta>1$ पर विचारें। मानें कि परीक्षण ϕ है, जो दिया गया है:

$$\phi(x)=\begin{cases}1 & \text{if} \quad x\ge\dfrac{\sqrt{9-8\alpha}-1}{2}\\ 0 & \text{if} \quad x<\dfrac{\sqrt{9-8\alpha}-1}{2}\end{cases}$$

तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. ϕ एक एकसमान अत्यंत शक्तिशाली α आमाप परीक्षण है।
2. ϕ एक एकसमान अत्यंत शक्तिशाली α आमाप परीक्षण नहीं है।
3. सभी $\theta>1$ के लिए θ पर परीक्षण ϕ की शक्ति कम से कम α है।
4. कुछ $\theta>1$ के लिए θ पर परीक्षण ϕ की शक्ति α से कम हो सकती है।

78. Let X be a random variable with density function

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2\theta x+1}{\theta+1} & , \quad 0\le x\le 1,\ \theta>-1\\ 0 & , \quad \text{otherwise}\end{cases}$$

Consider the problem of testing $H_0:\theta\le 1$ against $H_1:\theta>1$

Let ϕ be the test given by

$$\phi(x)=\begin{cases}1 & \text{if} \quad x\ge\dfrac{\sqrt{9-8\alpha}-1}{2}\\ 0 & \text{if} \quad x<\dfrac{\sqrt{9-8\alpha}-1}{2}\end{cases}$$

Then which of the following statements are true?

1. ϕ is a UMP size α test
2. ϕ is not a UMP size α test
3. For all $\theta>1$, the power of the test ϕ at θ is at least α
4. For some $\theta>1$, the power of the test ϕ at θ can be less than α

79. हर एक के आमाप 8 के साथ 4 खण्डों के खण्ड अभिकल्पना रूप में विन्यासित 2^5 क्रमगुणित प्रयोग के बारे में विचारें। मानें कि इस अभिकल्पना का मुख्य खण्ड उपचार संचय (1), ab, de तथा पाँच अन्य को अंतर्गत करता है। इस अभिकल्पना में निम्न अन्योन्यक्रिया परिणामों में से कौन से संकरित हो सकते हैं?

1. ABC, CDE, ABDE
2. ABC, CDE, ABCDE
3. AB, BC, AC
4. AB, CDE, ABCDE

79. Consider a 2^5 factorial experiment laid out as a block design with 4 blocks of size 8 each. Suppose the principal block of this design consists of the treatment combinations (1), ab, de and five others. Which of the following interaction effects can be confounded in this design?

1. ABC, CDE, ABDE
2. ABC, CDE, ABCDE
3. AB, BC, AC
4. AB, CDE, ABCDE

80. एक द्विचर आंकड़ा समुच्चय(x_i, y_i), $i = 1, 2, \ldots, n$ के लिए मानें कि न्यूनतम वर्ग समाश्रयण रेखायें हैं:

समीकरण 1: $5x - 8y + 14 = 0$

समीकरण 2: $2x - 5y + 11 = 0$

तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. सहसंबंध गुणांक का मान –0.80 है।
2. सहसंबंध गुणांक का मान 0.80 है।
3. y का मानक विचलन x के मानक विचलन से कम है।
4. $(\bar{x}, \bar{y}) = (2, 3)$, जहां $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ तथा $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ हैं।

80. For a bivariate data set (x_i, y_i), $i = 1, 2, \ldots, n$, suppose the least squares regression lines are:

Equation 1: $5x - 8y + 14 = 0$
Equation 2: $2x - 5y + 11 = 0$

Then which of the following statements are true?
1. The value of the correlation coefficient is –0.80
2. The value of the correlation coefficient is 0.80
3. The standard deviation of y is less than the standard deviation of x
4. $(\bar{x}, \bar{y}) = (2, 3)$, where $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ and $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$

81. मानें कि $X_1, X_2, \ldots, X_n$ स्वतंत्रतः तथा सवर्थासमतः बंटित यादृच्छिक चर हैं, जिनमें से हर एक एकसमान बंटन का $(\theta - 2, \theta + 2)$ पर अनुसरण करता है। परिभाषित करें कि $X_{(n)}$ = उच्चक $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ तथा $X_{(1)}$ = न्यूनतम $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ हैं। तो निम्न आकलकों में से कौन से θ के लिए अधिकतम संभाविता आकलक हैं?

1. $X_{(1)} - 2$
2. $X_{(n)} + 2$
3. $\frac{X_{(1)} + X_{(n)}}{2}$
4. $\frac{1}{4}(X_{(1)} + 2) + \frac{3}{4}(X_{(n)} - 2)$

81. Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be independent and identically distributed random variables each following a uniform distribution on $(\theta - 2, \theta + 2)$. Define $X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ and $X_{(1)} = \min\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$. Then which of the following estimators are maximum likelihood estimators for θ?

1. $X_{(1)} - 2$
2. $X_{(n)} + 2$
3. $\dfrac{X_{(1)} + X_{(n)}}{2}$
4. $\dfrac{1}{4}(X_{(1)} + 2) + \dfrac{3}{4}(X_{(n)} - 2)$

82. 1, 2, 3, 4 से चिह्नित चार उपचारो का निम्न पाँच खण्डों युक्त अभिकल्पना के बारे में विचारें

1, 2	1, 3	1, 2, 4	1, 2, 3	1, 2, 3, 4

निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. अभिकल्पना संबद्ध है परंतु लांबिक नहीं।
2. अभिकल्पना संबद्ध है परंतु लांबिक है।
3. ~~सभी उपचार-विषमताएं आकलनीय हैं।~~
4. केवल कुछ युगलित उपचार-विषमताएं आकलनीय हैं।

82. Consider a design with 4 treatments labelled 1, 2, 3, 4 and with 5 blocks given by

1, 2	1, 3	1, 2, 4	1, 2, 3	1, 2, 3, 4

Which of the following statements are true?

1. The design is connected but not orthogonal
2. The design is connected and orthogonal
3. All treatment contrasts are estimable
4. Only some pairwise treatment contrasts are estimable

83. समष्टि अनुपात θ के आकलन हेतु एक बड़ी समष्टि से आमाप n का एक साधारण यादृच्छिक नमूने का चयन करना है। मानें कि p नमूने का अनुपात है। θ के सही मान के निरपेक्ष, प्रसामान्य सन्निकटन के उपयोग से निर्धारित करें कि निम्न नमूने आमापों में से कौन से कम से कम प्रायिकता 0.95 के साथ यह सुनिश्चित करेंगे कि $|p - \theta| \leq 0.02$ हों?
आप मान सकते हैं कि $\Phi(1.96) = 0.975$, $\Phi(1.64) = 0.95$ जहां Φ मानक प्रसामान्य बंटन के संचयी बंटन फलन का निर्दिष्ट करता है

1. $n = 1000$
2. $n = 1500$
3. $n = 2500$
4. $n = 3000$

83 A simple random sample of size n is to be drawn from a large population to estimate the population proportion θ. Let p be the sample proportion. Using the normal approximation, determine which of the following sample size values will ensure $|p - \theta| \leq 0.02$ with probability at least 0.95, irrespective of the true value of θ? [You may assume $\Phi(1.96) = 0.975$, $\Phi(1.64) = 0.95$, where Φ denotes the cumulative distribution function of the standard normal distribution.]

1. $n = 1000$
2. $n = 1500$
3. $n = 2500$
4. $n = 3000$

84. मानें कि X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 स्वतंत्रतः एवं सर्वथासमतः बंटित यादृच्छिक चर हैं, जिनमें हर एक (0, 1) पर एक प्रसामान्य बंटन का अनुसरण करता है, तथा M उसके माध्य को निर्दिष्ट करता है। तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. $P\left(M<\frac{1}{3}\right)=P\left(M>\frac{2}{3}\right)$
2. (0, 1) पर M एकसमान बंटित है
3. $E(M) = E(X_1)$
4. $V(M) = V(X_1)$

84. Let X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 be independent and identically distributed random variables each following a uniform distribution on (0, 1), and let M denote their median. Then which of the following statements are true?

1. $P\left(M<\frac{1}{3}\right)=P\left(M>\frac{2}{3}\right)$
2. M is uniformly distributed on (0, 1)
3. $E(M) = E(X_1)$
4. $V(M) = V(X_1)$

85. सम्मिश्रित सदिश समष्टि V पर एक रैखिक संकारक T का अभिलक्षाणिक बहुपद $x^3(x-5)^2$ तथा अल्पिष्ठ बहुपद $x^2(x-5)$ है। सभी सही विकल्पों को चुनें।

1. दी गयी सूचना से T का जोर्डान रूप अद्वितीयतः निर्धारित होता है।
2. T के जोर्डान वियोजन में ठीक-ठीक दो जोडीज खण्ड हैं।
3. विभाग समष्टि V/Ker(T–5I) पर T से प्रेरित संकारक शून्यंभावी है, जहां I तत्समक संकारक है।
4. विभाग समष्टि V/Ker(T) पर T से प्रेरित संकारक तत्समक संकारक का अदिश गुणज है।

85. A linear operator T on a complex vector space V has characteristic polynomial $x^3(x-5)^2$ and minimal polynomial $x^2(x-5)$. Choose all correct options.

1. The Jordan form of T is uniquely determined by the given information
2. There are exactly 2 Jordan blocks in the Jordan decomposition of T
3. The operator induced by T on the quotient space V/Ker(T–5I) is nilpotent, where I is the identity operator
4. The operator induced by T on the quotient space V/Ker(T) is a scalar multiple of the identity operator

86. फलन $f(z)=z^2(1-\cos z), z\in\mathbb{C}$. पर विचारें। निम्न में से क्या सही हैं?

1. फलन f के 0 पर कोटि 2 के शून्यक हैं
2. फलन f के $2\pi n$ पर, जहां $n=\pm1, \pm2,...$ हैं, कोटि 1 के शून्यक हैं।
3. फलन f के 0 पर कोटि के 4 शून्यक हैं।
4. फलन f के $2\pi n$,पर, जहां $n=\pm1, \pm2,...$ हैं, कोटि 2 के शून्यक हैं।

86. Consider the function $f(z)=z^2(1-\cos z), z\in\mathbb{C}$. Which of the following are correct?

1. The function f has zeros of order 2 at 0
2. The function f has zeros of order 1 at $2\pi n$, $n=\pm1, \pm2,...$
3. The function f has zeros of order 4 at 0
4. The function f has zeros of order 2 at $2\pi n$, $n=\pm1, \pm2,...$

87. मानें कि B, $\mathbb{C}$ का एक विवृत उपसमुच्चय है, तथा ∂B, B की परिसीमा को निर्दिष्ट करता है। निम्न कथनों में क्या सही हैं?

1. हर सर्वत्र वैश्लेषिक फलन f के लिए हम पाते हैं कि $\partial(f(B))\subseteq f(\partial B)$ है।
2. हर सर्वत्र वैश्लेषिक फलन f तथा परिबद्ध विवृत समुच्चय B के लिए हम पाते हैं कि $\partial(f(B))\subseteq f(\partial B)$ है।
3. हर सर्वत्र वैश्लेषिक फलन f के लिए हम पाते हैं कि $\partial(f(B))=f(\partial B)$ है।
4. $\mathbb{C}$ का एक अपरिबद्ध विवृत उपसमुच्चय B तथा एक सर्वत्र वैश्लेषिक फलन f के अस्तित्व हैं ताकि $\partial(f(B))\subseteq f(\partial B)$ है।

87. Let B be an open subset of $\mathbb{C}$ and ∂B denote the boundary of B. Which of the following statements are correct?

1. for every entire function f, we have $\partial(f(B))\subseteq f(\partial B)$
2. for every entire function f and a bounded open set B, we have $\partial(f(B))\subseteq f(\partial B)$
3. for every entire function f, we have $\partial(f(B))=f(\partial B)$
4. there exist an unbounded open subset B of $\mathbb{C}$ and an entire function f such that $\partial(f(B))\subseteq f(\partial B)$

88. मानें कि $\mathbb{D}=\{z\in\mathbb{C}: |z|<1\}$ है। निम्न में कौन से सही हैं?

1. $f(0)=0$ तथा $f'(0)=2$ के साथ एक होलोमार्फिक फलन $f:\mathbb{D}\to\mathbb{D}$ का अस्तितव है।
2. $f(3/4)=3/4$ तथा $f'(2/3)=3/4$ के साथ एक होलोमार्फिक फलन $f:\mathbb{D}\to\mathbb{D}$ का अस्तितव है।
3. $f(3/4)=-3/4$ तथा $f'(3/4)=-3/4$ के साथ एक होलोमार्फिक फलन $f:\mathbb{D}\to\mathbb{D}$ का अस्तितव है।
4. $f(1/2)=-1/2$ तथा $f'(1/4)=1$ के साथ एक होलोमार्फिक फलन $f:\mathbb{D}\to\mathbb{D}$ का अस्तितव है।

88. Let $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$. Which of the following are correct?

1. there exists a holomorphic function $f : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ with $f(0) = 0$ and $f'(0) = 2$
2. there exists a holomorphic function $f : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ with $f(3/4) = 3/4$ and $f'(2/3) = 3/4$
3. there exists a holomorphic function $f : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ with $f(3/4) = -3/4$ and $f'(3/4) = -3/4$
4. there exists a holomorphic function $f : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ with $f(1/2) = -1/2$ and $f'(1/4) = 1$

89. मानें कि $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ एक वैश्लेषिक फलन है। $z = x + iy$ के लिए मानें कि $u, v: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ है ताकि *u(x,y) = Re f(z)* तथा *v(x,y) = Im f(z)*. हैं। निम्न में कौन से सही हैं?

1. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
2. $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$
3. $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = 0$
4. $\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} = 0$

89. Let $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ be an analytic function. For $z = x + iy$, let $u, v: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ be such that *u(x,y) = Re f(z)* and *v(x,y) = Im f(z)*. Which of the following are correct?

1. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
2. $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$
3. $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = 0$
4. $\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} = 0$

90. मानें कि σ = (1 2)(3 4 5) तथा τ = (1 2 3 4 5 6) S_6, में क्रमचय हैं, जो छः प्रतीकों पर क्रमचयों का समूह है। निम्न कथनों में कौन से सही हैं?

1. उपसमुच्चय < σ > तथा < τ > एक दूसरे के तुल्याकारी हैं।
2. S_6 में σ तथा τ संयुग्मी हैं।
3. < σ > ∩ < τ > तुच्छ समूह है।
4. σ तथा τ क्रमविनिमेयित हैं।

90. Let σ = (1 2)(3 4 5) and τ = (1 2 3 4 5 6) be permutations in S_6, the group of permutations on six symbols. Which of the following statements are true?

1. The subgroups < σ > and < τ > are isomorphic to each other
2. σ and τ are conjugate in S_6
3. < σ > ∩ < τ > is the trivial group
4. σ and τ commute

91. मानें कि S_n n प्रतीकों के सममित क्रमचय समूह को निर्दिष्ट करता है। $S_3 \oplus (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ निम्न समूहों में से किससे/किनसे तुल्याकारी है?

1. $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$
2. $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}) \oplus (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$
3. A_4 जो कोटि 12 का एकांतर समूह है
4. D_6 जो कोटि 12 का एकांतर समूह है

91. Let S_n denote the symmetric group on n symbols. The group $S_3 \oplus (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ is isomorphic to which of the following groups?

1. $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$
2. $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}) \oplus (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$
3. A_4, the alternating group of order 12
4. D_6, the dihedral group of order 12

92. मानें कि $F = F_3[x] / (x^3 + 2x - 1)$ है, जहां F_3 3 अवयवों का एक क्षेत्र है। निम्न कथनों में कौन से सही है?

1. **F 27** अवयवों का एक क्षेत्र है।
2. **F** पृथक्करणीय है परंतु F_3 का प्रसामान्य विस्तार नहीं है।
3. ~~**F** का स्वाकारिकता समूह चक्रिक है।~~
4. **F** का स्वाकारिकता समूह आबेली है परंतु चक्रिक नहीं।

92. Let $F = F_3[x] / (x^3 + 2x - 1)$, where F_3 is the field with 3 elements. Which of the following statements are true?

1. **F** is a field with 27 elements
2. **F** is a separable but not a normal extension of F_3
3. The automorphism group of **F** is cyclic
4. The automorphism group of **F** is abelian but not cyclic

93. दिये गये वलयों में कौन से बहुपद अलघुकरणीय हैं?

1. $x^5 + 3x^4 + 9x + 15$, $\mathbb{Q}$ पर, जो परिमेयों का क्षेत्र है।
2. $x^3 + 2x^2 + x + 1$, $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ पर, जो पूर्णांकों का 7 सापेक्ष का वलय है।
3. $x^3 + x^2 + x + 1$, $\mathbb{Z}$ पर, जो पूर्णांकों का वलय है।
4. $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$, $\mathbb{Z}$ पर, जो पूर्णांकों का वलय है।

93. Which of the polynomials are irreducible over the given rings?

1. $x^5 + 3x^4 + 9x + 15$ over $\mathbb{Q}$, the field of rationals
2. $x^3 + 2x^2 + x + 1$ over $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$, the ring of integers modulo 7
3. $x^3 + x^2 + x + 1$ over $\mathbb{Z}$, the ring of integers
4. $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ over $\mathbb{Z}$, the ring of integers

94. परिसीमा मान समस्या (पमास) $u'' = -f,\ u(0) = u''(1) = 0$ [0,1] पर, जहां $u' \equiv \frac{du}{dx}$ तथा $u'' \equiv \frac{d^2u}{dx^2}$ पर विचारें। मानें कि [0,1] पर $f(x)$ एक वास्तविक-मान संतत फलन है। तो, निम्न में से कौन-से सही हैं?

1. उपरोक्त पमास के लिए ग्रीन फलन $G(x, \zeta)$, $(x, \zeta) \in [0,1]\times[0,1]$, है

$$G(x,\zeta)=\begin{cases} x & for\, 0 \le x \le \zeta \\ \zeta & for\, \zeta \le x \le 1 \end{cases}$$

2. $[0,1] \times [0,1]$ पर G तथा $\frac{\partial G}{\partial x}$ दोनों संतत हैं, $x=\zeta$ पर $\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$ के एक असांतत्य के साथ।
3. $0 \le x < \zeta$ तथा $\zeta < x \le 1$ के लिए $G(x, \zeta)$ समघात समीकरण $u'' = 0$ का समाधान करता है
4. दिए गए पमास का हल है $u(x)=\int_0^x \zeta f(\zeta)d\zeta + \int_x^1 x f(\zeta)d\zeta$

94. Consider the boundary value problem (BVP)

$u'' = -f$, $u(0) = u''(1) = 0$ on $[0,1]$,

where $u' \equiv \frac{du}{dx}$ and $u'' \equiv \frac{d^2u}{dx^2}$. Assume $f(x)$ is a real-valued continuous function on [0,1]. Then, which of the following are correct?

1. The Green's function $G(x, \zeta)$, $(x, \zeta) \in [0,1]\times[0,1]$, for the above BVP is

$$G(x,\zeta)=\begin{cases} x & for\, 0 \le x \le \zeta \\ \zeta & for\, \zeta \le x \le 1 \end{cases}$$

2. Both G and $\frac{\partial G}{\partial x}$ are continuous on $[0,1] \times [0,1]$ with $\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$ having a discontinuity along $x=\zeta$
3. $G(x, \zeta)$ satisfies the homogeneous equation $u'' = 0$ for $0 \le x < \zeta$ and $\zeta < x \le 1$
4. The solution of the given BVP is $u(x)=\int_0^x \zeta f(\zeta)d\zeta + \int_x^1 x f(\zeta)d\zeta$

95. समशेषता $x^n \equiv 2$ (सापेक्ष13) पर विचारें। इस समशेषता का हल x के लिये है यदि
1. $n = 5$
2. $n = 6$
3. $n = 7$
4. $n = 8$

95. Consider the congruence $x^n \equiv 2 \pmod{13}$. This congruence has a solution for x if
1. $n = 5$
2. $n = 6$
3. $n = 7$
4. $n = 8$

96. दो समुच्चयों $A = \{1, 2, 3\}$ तथा $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ पर विचारें। सही कथनों को चुनें।
1. A से B तक के फलनों की कुल संख्या 125 है।
2. A से B तक के फलनों की कुल संख्या 243 है।
3. A से B तक के एकैक फलनों की कुल संख्या 60 है।
4. A से B तक के एकैक फलनों की कुल संख्या 120 है।

96. Consider the two sets $A = \{1, 2, 3\}$ and $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Choose the correct statements.
1. The total number of functions from A to B is 125
2. The total number of functions from A to B is 243
3. The total number of one-to-one functions from A to B is 60
4. The total number of one-to-one functions from A to B is 120

97. दूरीक d(p,q) = |p − q| के साथ के परिमेय अंकों के समुच्चय $\mathbb{Q}$ पर विचारें। तो निम्न में कौन से सही हैं?

1. $\{q \in \mathbb{Q} \mid 2 < q^2 < 3\}$ परिबद्ध है।
2. $\{q \in \mathbb{Q} \mid 2 \le q^2 \le 4\}$ संहत है।
3. $\{q \in \mathbb{Q} \mid 2 \le q^2 \le 4\}$ परिबद्ध है।
4. $\{q \in \mathbb{Q} \mid q^2 \ge 1\}$ संहत है।

97. Consider $\mathbb{Q}$, the set of rational numbers, with the metric d(p,q) = |p − q|. Then which of the following are true?

1. $\{q \in \mathbb{Q} \mid 2 < q^2 < 3\}$ is closed
2. $\{q \in \mathbb{Q} \mid 2 \le q^2 \le 4\}$ is compact
3. $\{q \in \mathbb{Q} \mid 2 \le q^2 \le 4\}$ is closed
4. $\{q \in \mathbb{Q} \mid q^2 \ge 1\}$ is compact

98. $\mathbb{R}$ पर निम्न में से कौन सा/से एक दूरीक को परिभाषित करता है/करते हैं?

1. $d(x,y) = \dfrac{|x-y|}{1+|x-y|}$
2. $d(x,y) = |x - 2y| + |2y - x|$
3. $d(x,y) = |x^2 - y^2|$
4. $d(x,y) = |x^3 - y^3|$

98. Which of the following define a metric on $\mathbb{R}$?

1. $d(x,y) = \dfrac{|x-y|}{1+|x-y|}$
2. $d(x,y) = |x - 2y| + |2y - x|$
3. $d(x,y) = |x^2 - y^2|$
4. $d(x,y) = |x^3 - y^3|$

99. मानें कि रैले-रिट्ज़ विधि के अनुसार फलनक, $I(y)=\int_0^1\left(\frac{1}{2}y'^2 - y\right)dx$; $y(0)=0, y(1)=0,$ का केवल एक ही निर्देशांक से अंतर्गतित एक बहुपद सन्निकटन $y_{app}(x)$ है, जहां $y \in C^2[0,1]$ है। यदि $y_e(x)$ एक यथातथ चरममान करने वाला फलन है, तो y_e तथा y_{app} संपातित हैं

1. $x=0$ पर, परंतु [0, 1] में शेष बिन्दुओं पर नहीं।
2. $x=1$ पर, परंतु [0, 1] में शेष बिन्दुओं पर नहीं।
3. $x=0$ तथा $x=1$ पर, परंतु [0, 1] में अन्य बिन्दुओं पर नहीं।
4. सभी बिन्दुओं $x \in [0,1]$ पर।

99. Let $y_{app}(x)$ be a polynomial approximation, involving only one coordinate function, for the functional

$$I(y)=\int_0^1\left(\frac{1}{2}y'^2 - y\right)dx \quad ; \; y(0)=0, y(1)=0,$$

using Rayleigh – Ritz method; here $y \in C^2[0,1]$. If $y_e(x)$ is an exact extremizing function, then y_e and y_{app} are coincident at

1. $x = 0$ but not at remaining points in [0, 1]
2. $x = 1$ but not at remaining points in [0, 1]
3. $x = 0$ and $x = 1$, but not at other points in [0, 1]
4. all points $x \in [0,1]$

100. मानें कि $f:\mathbb{R}\to[0,\infty)$ एक अऋणात्मक वास्तविक मान संतत फलन है। मानें कि

$$\phi_n(x)=\begin{cases} n & if\ f(x)\geq n \\ 0 & if\ f(x)<n \end{cases},$$

$$\phi_{n,k}(x)=\begin{cases} \frac{k}{2^n} & if\ f(x)\in\left[\frac{k}{2^n},\frac{k+1}{2^n}\right) \\ 0 & if\ f(x)\notin\left[\frac{k}{2^n},\frac{k+1}{2^n}\right) \end{cases}$$

तथा $g_n(x)=\phi_n(x)+\sum_{k=0}^{n2^n-1}\phi_{n,k}(x)$. निम्न में कौन से सही हैं, जब $n\uparrow\infty$ है?

1. हर $x\in\mathbb{R}$ के लिए $g_n(x)\uparrow f(x)$ है।
2. किसी $C>0$ के दिये जाने पर, समुच्चय $\{x: f(x)<C\}$ पर, एकसमान $g_n(x)\uparrow f(x)$ है।
3. $x\in\mathbb{R}$ के लिए, एकसमान $g_n(x)\uparrow f(x)$ है।
4. किसी $C>0$ के दिए जाने पर, समुच्चय $\{x: f(x)\geq C\}$ पर, एकसमान $g_n(x)\uparrow f(x)$ है।

100. Let $f:\mathbb{R}\to[0,\infty)$ be a non-negative real valued continuous function. Let

$$\phi_n(x)=\begin{cases} n & if\ f(x)\geq n \\ 0 & if\ f(x)<n \end{cases},$$

$$\phi_{n,k}(x)=\begin{cases} \frac{k}{2^n} & if\ f(x)\in\left[\frac{k}{2^n},\frac{k+1}{2^n}\right) \\ 0 & if\ f(x)\notin\left[\frac{k}{2^n},\frac{k+1}{2^n}\right) \end{cases}$$

And $g_n(x)=\phi_n(x)+\sum_{k=0}^{n2^n-1}\phi_{n,k}(x)$. As $n\uparrow\infty$, which of the following are true?

1. $g_n(x)\uparrow f(x)$ for every $x\in\mathbb{R}$
2. given any $C>0$, $g_n(x)\uparrow f(x)$ uniformly on the set $\{x: f(x)<C\}$
3. $g_n(x)\uparrow f(x)$ uniformly for $x\in\mathbb{R}$
4. given any $C>0$, $g_n(x)\uparrow f(x)$ uniformly on the set $\{x: f(x)\geq C\}$

101. मानें कि माध्य् 1 के चरघातांकी बंटन के अनुसरण करने वाले स्वतंत्र यादृच्छिक चर $X_1, X_2, \ldots$ हैं। तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

1. $P(X_n > \log n$ अनंततः अनेक $n\geq 1$ के लिए$) = 1$
2. $P(X_n > 2\log n$ अनंततः अनेक $n\geq 1$ के लिए$) = 1$
3. $P(X_n > \frac{1}{2}\log n$ अनंततः अनेक $n\geq 1$ के लिए$) = 0$
4. $P(X_n > \log n, X_{n+1} > \log(n+1)$ अनंततः अनेक $n\geq 1$ के लिए$) = 0$

101. Let X_1, X_2, ... be independent random variables each following exponential distribution with mean 1. Then which of the following statements are correct?

1. $P(X_n > \log n$ for infinitely many $n \geq 1) = 1$
2. $P(X_n > 2\log n$ for infinitely many $n \geq 1) = 1$
3. $P(X_n > \frac{1}{2}\log n$ for infinitely many $n \geq 1) = 0$
4. $P(X_n > \log n, X_{n+1} > \log(n+1)$ for infinitely many $n \geq 1) = 0$

102. मानें कि $n \geq 1$ के लिए $A_n \subseteq \mathbb{R}$ तथा $\chi_n : \mathbb{R} \to \{0,1\}$ है।

फलन $\chi_n(x) = \begin{cases} 0 & if\ x \notin A_n \\ 1 & if\ x \in A_n \end{cases}$

है

मानें कि $g(x) = \limsup\limits_{n\to\infty} \chi_n(x)$ (बाहय सीमा)

तथा $h(x) = \liminf\limits_{n\to\infty} \chi_n(x)$ (अंतर्सीमा) हैं

1. यदि $g(x) = h(x) = 1$ हैं, तो सभी $n \geq m$ के लिए एक m का अस्तित्व है ताकि हम पाते हैं कि $x \in A_n$ है।
2. यदि $g(x) = 1$ तथा $h(x) = 0$ हैं, तो सभी $n \geq m$ के लिए एक m का अस्तित्व है ताकि हम पाते हैं कि $x \in A_n$ है।
3. यदि $g(x) = 1$ तथा $h(x) = 0$ हैं, तो सभी $k \geq 1$ के लिए विशिष्ट पूर्णांकों का एक अनुक्रम $n_1, n_2, \ldots$ का अस्तित्व $x \in A_{n_k}$ है।
4. यदि $g(x) = h(x) = 0$ हैं, तो सभी $n \geq m$ के लिए एक m का अस्तित्व है ताकि हम पाते हैं कि $x \notin A_n$ है।

102. Let $A_n \subseteq \mathbb{R}$ for $n \geq 1$, and $\chi_n : \mathbb{R} \to \{0,1\}$ be the function

$$\chi_n(x) = \begin{cases} 0 & if\ x \notin A_n \\ 1 & if\ x \in A_n \end{cases}$$

Let $g(x) = \limsup\limits_{n\to\infty} \chi_n(x)$ and $h(x) = \liminf\limits_{n\to\infty} \chi_n(x)$.

1. If $g(x) = h(x) = 1$, then there exists m such that for all $n \geq m$ we have $x \in A_n$.
2. If $g(x) = 1$ and $h(x) = 0$, then there exists m such that for all $n \geq m$ we have $x \in A_n$.
3. If $g(x) = 1$ and $h(x) = 0$ then there exists a sequence $n_1, n_2, \ldots$ of distinct integers such that $x \in A_{n_k}$ for all $k \geq 1$.
4. If $g(x) = h(x) = 0$ then there exists m such that for all $n \geq m$ we have $x \notin A_n$.

103. अंतराल $(0,1)$ पर निम्न फलनों f में से कौन सा एकसमान संतत है?

1. $f(x)=\frac{1}{x}$
2. $f(x)=x\sin\frac{1}{x}$
3. $f(x)=\sin\frac{1}{x}$
4. $f(x)=\frac{\sin x}{x}$

103. Which of the following functions f is uniformly continuous on the interval $(0,1)$?

1. $f(x)=\frac{1}{x}$
2. $f(x)=x\sin\frac{1}{x}$
3. $f(x)=\sin\frac{1}{x}$
4. $f(x)=\frac{\sin x}{x}$

104. जहां z एक सम्मिश्र संख्या है तथा $i=\sqrt{-1}$ है, $|z|^2+|z-3|^2+|z-6i|^2$ का न्यूनतम संभाव्य मान क्या है?

1. 15
2. 45
3. 30
4. 20

104. The minimum possible value of $|z|^2+|z-3|^2+|z-6i|^2$, where z is a complex number and $i=\sqrt{-1}$, is

1. 15
2. 45
3. 30
4. 20

105. जहां $a=(a_1,\ldots,a_n)$ एक नियत शून्येतर सदिश है, माने कि $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$, $f(x_1,\ldots,x_n)=a_1x_1+\cdots+a_nx_n$, का प्रतिचित्र है। मानें कि $Df(0)$, 0 पर f के अवकलज को निर्दिष्ट करता है। निम्न में से कौन से सही हैं ?

1. $(Df)(0)$ $\mathbb{R}^n$ से $\mathbb{R}$ तक का रैखिक प्रतिचित्र है।
2. $[(Df)(0)](a)=\|a\|^2$
3. $[(Df)(0)](a)=0$
4. $[(Df)(0)](b)=a_1b_1+\cdots+a_nb_n$ for $b=(b_1,\ldots,b_n)$

105. Let $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ be the map $f(x_1,\ldots,x_n) = a_1x_1+\cdots+a_nx_n$, where $a=(a_1,\ldots,a_n)$ is a fixed non-zero vector. Let $Df(0)$ denote the derivative of f at 0. Which of the following are correct?

1. $(Df)(0)$ is a linear map from $\mathbb{R}^n$ to $\mathbb{R}$
2. $\left[(Df)(0)\right](a) = \|a\|^2$
3. $\left[(Df)(0)\right](a) = 0$
4. $\left[(Df)(0)\right](b) = a_1b_1+\cdots+a_nb_n$ for $b=(b_1,\ldots,b_n)$

106. मानें कि $F_1, F_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ फलनें $F_1(x_1,x_2) = \dfrac{-x_2}{x_1^2+x_2^2}$ तथा $F_2(x_1,x_2) = \dfrac{x_1}{x_1^2+x_2^2}$ हैं। तो निम्न में से कौन से सही हैं?

1. $\dfrac{\partial F_1}{\partial x_2} = \dfrac{\partial F_2}{\partial x_1}$
2. ऐसे एक फलन $f:\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}\to\mathbb{R}$ का अस्तित्व है ताकि $\dfrac{\partial f}{\partial x_1} = F_1$ तथा $\dfrac{\partial f}{\partial x_2} = F_2$ हैं।
3. ऐसे एक फलन $f:\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}\to\mathbb{R}$ का अस्तित्व नहीं है ताकि $\dfrac{\partial f}{\partial x_1} = F_1$ तथा $\dfrac{\partial f}{\partial x_2} = F_2$ हैं।
4. ऐसे एक फलन $f:\mathrm{D}\to\mathbb{R}$, जहां D (2,0)में केन्द्रित त्रिज्या 1 की विवृत चक्रिका है, का अस्तित्व है ताकि D पर $\dfrac{\partial f}{\partial x_1} = F_1$ तथा $\dfrac{\partial f}{\partial x_2} = F_2$ का समाधान हो।

106. Let $F_1, F_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ be the functions $F_1(x_1,x_2) = \dfrac{-x_2}{x_1^2+x_2^2}$ and $F_2(x_1,x_2) = \dfrac{x_1}{x_1^2+x_2^2}$. Which of the following are correct?

1. $\dfrac{\partial F_1}{\partial x_2} = \dfrac{\partial F_2}{\partial x_1}$
2. There exists a function $f:\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}\to\mathbb{R}$ such that $\dfrac{\partial f}{\partial x_1} = F_1$ and $\dfrac{\partial f}{\partial x_2} = F_2$
3. There exists no function $f:\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}\to\mathbb{R}$ such that $\dfrac{\partial f}{\partial x_1} = F_1$ and $\dfrac{\partial f}{\partial x_2} = F_2$
4. There exists a function $f:\mathrm{D}\to\mathbb{R}$ where D is the open disc of radius 1 centred at (2,0), which satisfies $\dfrac{\partial f}{\partial x_1} = F_1$ and $\dfrac{\partial f}{\partial x_2} = F_2$ on D

107. मानें कि A, $\mathbb{R}^p$ का उपसमुच्चय है तथा $x\in\mathbb{R}^p$ है। $d(x,A) =$ न्यून$\{d(x,y) : y\in A\}$ से निर्दिष्ट करें। ऐसी एक बिन्दु $y_0 \in A$ का, $d(y_0,x) = d(x,A)$ के साथ अस्तित्व है यदि

1. A, $\mathbb{R}^p$ का कोई संवृत अरिक्त उपसमुच्चय है।
2. A, $\mathbb{R}^p$ का कोई अरिक्त उपसमुच्चय है।
3. A, $\mathbb{R}^p$ का कोई अरिक्त संहत उपसमुच्चय है।
4. A, $\mathbb{R}^p$ का कोई अरिक्त परिबद्ध उपसमुच्चय है।

107. Let A be a subset of $\mathbb{R}^p$ and $x\in\mathbb{R}^p$. Denote $d(x,A) = \inf\{d(x,y) : y\in A\}$. There exists a

point $y_0 \in A$ with $d(y_0, x) = d(x, A)$, if

1. A is any closed non-empty subset of $\mathbb{R}^p$
2. A is any non-empty subset of $\mathbb{R}^p$
3. A is any non-empty compact subset of $\mathbb{R}^p$
4. A is any non-empty bounded subset of $\mathbb{R}^p$

108. मानें कि $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ आवर्तक $p > 0$ से युक्त एक संतत फलन है। तो $g(x) = \int_x^{x+p} f(t)dt$ है एक

1. अचर फलन
2. संतत फलन
3. संतत फलन पर अवकलनीय नहीं
4. न तो संतत न अवकलनीय

108. Let $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a continuous function with period $p > 0$. Then $g(x) = \int_x^{x+p} f(t)dt$ is a

1. constant function
2. continuous function
3. continuous function but not differentiable
4. neither continuous nor differentiable

109. मानें कि $z= x+iy$ तथा $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ हैं, तथा फलन $f(x,y) = f(z) = z^2 = (x^2 - y^2, 2xy) \in \mathbb{R}^2$ है। मानें कि $(Df)(a)$ a पर f के अवकलज को निर्दिष्ट करता है। निम्न में कौन से सही हैं?

1. $(Df)(a)\, h = 2\, a\, h$, जहाँ $a=a_1+ia_2$ तथा $h=h_1+ih_2$ हैं।
2. $(Df)(a) = 2\begin{pmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix}$, $a = (a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2$
3. $\mathbb{R}^2$ पर f एकैकी है।
4. किसी $a \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ के लिए, a के कुछ सामीप्य में f एकैकी है।

109. Let $z= x+iy$ and $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ be the function $f(x,y) = f(z) = z^2 = (x^2 - y^2, 2xy) \in \mathbb{R}^2$. Let $(Df)(a)$ denote the derivative of f at a. Which of the following are true?

1. $(Df)(a)\, h = 2\, a\, h$, where $a=a_1+ia_2$ and $h=h_1+ih_2$
2. $(Df)(a) = 2\begin{pmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix}$, $a = (a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2$
3. f is one to one on $\mathbb{R}^2$
4. For any $a \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, f is one to one on some neighbourhood of a.

110. मानें कि A विवृत अंतराल (0,7) में पडते परिमेय अंकों का समुच्चय है, तथा $f: A \to \mathbb{R}$ एक एकसमान संतत फलन है। निम्न में से क्या सही हैं?

1. f परिबद्ध है।
2. f आवश्यकतः एक अचर फलन है।
3. f, (0,7) पर अवकलनीय है।
4. f, (0,7) पर सभी परिमेय बिंदुओं पर अवकलनीय है।

110. Let A be the set of rational numbers in the open interval (0,7) and $f: \mathrm{A} \to \mathbb{R}$ be a uniformly continuous function. Which of the following are true?

1. f is bounded
2. f is necessarily a constant function
3. f is differentiable on (0,7)
4. f is differentiable at all the rational points in (0,7)

111. मानें कि ऊष्मा समीकरण $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2}$, $t \geq 0,\ \vec{x}=(x_1,x_2,x_3)\in\mathbb{R}^3$ को एक चरघातांकी फलन $exp(i(\vec{k}\cdot\vec{x}+wt))$ को हल के रूप में ग्राह्य है, जहां $\vec{k}$ एक शून्येतर अचर वास्तविक सदिश हैं, तथा w एक अचर है। तो हल

1. $\mathbb{R}^3$ में कुछ तलों में अचर रहता है।
2. कुछ लंबाई L के बाद अपने को पुनरावृत करता है।
3. का, आम तौर पर, समय t के साथ चरघातकतः क्षयित एक आयाम होता है।
4. नियत t के लिए $\vec{x}\in\mathbb{R}^3$ के लिए एकसमानतः परिबद्ध है।

111. Let the heat equation

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2},\quad t\geq 0,\ \vec{x}=(x_1,x_2,x_3)\in\mathbb{R}^3$$

admit an exponential function $exp(i(\vec{k}\cdot\vec{x}+wt))$ as its solution, where $\vec{k}$ is a nonzero constant real vector, and w is a constant. Then the solution

1. remains constant on certain planes in $\mathbb{R}^3$
2. repeats itself after a certain length L
3. has, in general, an amplitude decaying exponentially with time t
4. is bounded uniformly for $\vec{x}\in\mathbb{R}^3$ for a fixed t

112. ध्रुविक रूप के लाप्लस समीकरण के बारे में विचारें

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2}=0;\ 0<r\leq a,\ 0\leq\theta<2\pi$$

जो $u(a,\theta)=f(\theta)$, का समाधान करता है, जहां f एक दिया गया फलन है। जब एक चर-पृथककरण विधि का उपयोग करता है तब उत्पन्न पृथक्करण अचर σ को मानें। तो फलन $u(r,\theta)$ को परिबद्ध तथा θ में आवर्तक 2π के साथ आवर्ती होने के लिए

1. σ ऋणात्मक नहीं हो सकता।
2. σ शून्य हो सकता है, तथा इस स्थिति में हल अचर है।
3. σ धनात्मक हो सकता है, तथा इस स्थिति में उसको पूर्णांक होना चाहिए।
4. मूलभूत हलों का समुच्चय $\{1, r^n\sin n\theta, r^n\cos n\theta\}$ है जहां n एक धनात्मक पूर्णांक है।

112. Consider the Laplace equation in polar form:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2}=0;\ 0<r\leq a,\ 0\leq\theta<2\pi$$

satisfying $u(a,\theta)=f(\theta)$, where f is a given function. Let σ be the separation constant that appears when one uses the method of separation of variables. Then for solution $u(r,\theta)$ to be bounded and also periodic in θ with period 2π,

1. σ cannot be negative
2. σ can be zero, and in that case the solution is a constant
3. σ can be positive, and in that case it must be an integer
4. the fundamental set of solutions is $\{1, r^n \sin n\theta, r^n \cos n\theta\}$, where n is a positive integer.

113. समघात फ्रेडहोम समीकरण $y(x)=\lambda\int_0^\pi \sin(x+\zeta)y(\zeta)d\zeta$, के लिए अभिलक्षणी मान λ तथा संगत अभिलक्षणी फलन $y(x)$, स्वेच्छ अचर A तथा B के साथ, हैं

1. $\lambda = 2/\pi$, $y(x) = A(\sin x - \cos x)$
2. $\lambda = -2/\pi$, $y(x) = B(\sin x + \cos x)$
3. $\lambda = -2/\pi$, $y(x) = B(\sin x - \cos x)$
4. $\lambda = 2/\pi$, $y(x) = A(\sin x + \cos x)$

113. For the homogeneous Fredholm equation

$$y(x)=\lambda\int_0^\pi \sin(x+\zeta)y(\zeta)d\zeta,$$

the eigenvalue λ and the corresponding eigenfunction $y(x)$, involving arbitrary constants A and B, are

1. $\lambda = 2/\pi$, $y(x) = A(\sin x - \cos x)$
2. $\lambda = -2/\pi$, $y(x) = B(\sin x + \cos x)$
3. $\lambda = -2/\pi$, $y(x) = B(\sin x - \cos x)$
4. $\lambda = 2/\pi$, $y(x) = A(\sin x + \cos x)$

114. स्थिर बिंदु 0 के आसपास एक दृढ़ पिण्ड के चाल के बारे में विचारें। तीनों मुख्य अक्षों के समांतर कोणिक संवेग के घटक को M_1, M_2 तथा M_3 मानें। मानें कि I_1, I_2 तथा I_3 जडत्व आघूर्ण हैं। निम्न में से कौन से संरक्षित हैं?

1. $M_1^2 I_1 + M_2^2 I_2 + M_3^2 I_3$
2. $\dfrac{M_1^2}{I_1} + \dfrac{M_2^2}{I_2} + \dfrac{M_3^2}{I_3}$
3. $M_1^2 + M_2^2 + M_3^2$
4. $M_1^2 I_1^2 + M_2^2 I_2^2 + M_3^2 I_3^2$

114. Consider the motion of a rigid body around a stationary point 0. Let M_1, M_2 and M_3 be the components of the angular momentum vector along the three principal axes. Let I_1, I_2 and I_3 be the moments of inertia. Which of the following are conserved?

1. $M_1^2 I_1 + M_2^2 I_2 + M_3^2 I_3$
2. $\dfrac{M_1^2}{I_1} + \dfrac{M_2^2}{I_2} + \dfrac{M_3^2}{I_3}$
3. $M_1^2 + M_2^2 + M_3^2$
4. $M_1^2 I_1^2 + M_2^2 I_2^2 + M_3^2 I_3^2$

115. पर्याप्ततः मसृण फलन $f(x)$ के बारे में विचारें। उसके अवकलज को निर्धारित करने के लिए फार्मूला $\frac{df}{dx}=\frac{1}{4h}[f(x+2h)-f(x-2h)]+$ त्रुटि पद दिया जाता है, जहां $h>0$है। मानें कि $f^{(n)}$ f के nवां अवकलज को निर्दिष्ट करता है तथा ζ, $x-2h$ तथा $x+2h$ के बीच की एक बिंदु है। त्रुटि पद के लिए निम्न व्यंजकों में से कौन से सही हैं?

1. $\frac{-f^{(2)}(\zeta)h^2}{2}$
2. $\frac{-2f^{(3)}(\zeta)h^2}{3}$
3. $-f^{(1)}(\zeta)h$
4. $\frac{-f^{(4)}(\zeta)h^4}{12}$

115. Consider a sufficiently smooth function $f(x)$. A formula for estimating its derivative is given by

$$\frac{df}{dx}=\frac{1}{4h}[f(x+2h)-f(x-2h)]+\text{error term}$$

where $h > 0$. Let $f^{(n)}$ denote the nth derivative of f and let ζ be a point between $x-2h$ and $x+2h$. Which of the following expressions for the error term are correct?

1. $\frac{-f^{(2)}(\zeta)h^2}{2}$
2. $\frac{-2f^{(3)}(\zeta)h^2}{3}$
3. $-f^{(1)}(\zeta)h$
4. $\frac{-f^{(4)}(\zeta)h^4}{12}$

116. प्रारंभिक मान साधारण अवकल समीकरण $y' = f(x, y)$; $y(x_0) = y_0$ के संख्यात्मक हल पाने अल्प h के लिए रुंगे-कुट्टा विधि दी जाती है:

$y(x + h) = y(x) + w_1F_1(x, y) + w_2 F_2 (x, y)$
$F_1 (x, y) = hf(x, y)$
$F_2 (x, y) = hf (x + \alpha h, y + \beta F_1)$.

ध्येय चर w_1, w_2, α तथा β के निर्धारण का है ताकि उपरोक्त फार्मुला कोटि 2 तक के लिए यथार्थ है (अर्थात, त्रुटि पद $(O(h^3))$ है)।

इन अचरों के लिए निम्न में से कौन से सही मान के समुच्चय हैं?

1. $w_1 = ½, w_2 = ½ ; \alpha = 1, \beta = 1$
2. $w_1 = 2\ w_2 = 1 ; \alpha = 1/2, \beta = 1/2$
3. $w_1 = 1/3, w_2 = 2/3 ; \alpha = 3/4, \beta = 3/4$
4. $w_1 = 3/4, w_2 = 1/4 ; \alpha = 2, \beta = 2$

116. A Runge-Kutta method for numerically solving the initial-value ordinary differential equation

$y' = f(x, y)$; $y(x_0) = y_0$

is given by (for h small)

$y(x + h) = y(x) + w_1F_1(x, y) + w_2 F_2 (x, y)$
$F_1 (x, y) = hf(x, y)$
$F_2 (x, y) = hf (x + \alpha h, y + \beta F_1)$.

The objective is to determine the constants w_1, w_2, α and β such that the above formula is accurate to order 2 (that is, the error term is $O(h^3)$). Which of the following are correct sets of values for these constants?

1. $w_1 = ½, w_2 = ½ ; \alpha = 1, \beta = 1$
2. $w_1 = 2\ w_2 = 1 ; \alpha = 1/2, \beta = 1/2$
3. $w_1 = 1/3, w_2 = 2/3 ; \alpha = 3/4, \beta = 3/4$
4. $w_1 = 3/4, w_2 = 1/4 ; \alpha = 2, \beta = 2$

117. लग्रांज समीकरण के उपयोग से $\int_1^2 \frac{\dot{x}^2}{t^3} dt;\ x(1)=3,\ x(2)=18$ (जहां $\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$ है) का चरम निम्न में से किससे/किनसे दिया जाता है?

1. $x = t^4 + 2$
2. $x = \frac{15}{7}t^3 + \frac{6}{7}$
3. $x = 5t^2 - 2$
4. $x = 5t^3 + 3$

117. The extremal of

$$\int_1^2 \frac{\dot{x}^2}{t^3} dt;\ x(1)=3,\ x(2)=18$$

(where $\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$) using Lagrange's equation is given by which of the following?

1. $x = t^4 + 2$
2. $x = \frac{15}{7}t^3 + \frac{6}{7}$
3. $x = 5t^2 - 2$
4. $x = 5t^3 + 3$

118. प्रथम कोटि के आंशिक अवकल समीकरण $p + q = pq$ जहां $p \equiv \frac{\partial z}{\partial x},\ q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$ है, के बारे में विचारें। तो निम्न में से कौन-से सही हैं?

1. उपरोक्त आंशिक अवकल समीकरण के किए चार्पिट समीकरण $\frac{dx}{1-q} = \frac{dy}{1-p} = \frac{dz}{-pq} = \frac{dp}{p+q} = \frac{dq}{0}$ पर समानीत होते हैं।
2. चार्पिट समीकरण का एक हल q = b है, जहां b अचर है
3. p का संगत मान $p = \frac{b}{b-1}$ है
4. समीकरण का एक हल $z = \frac{b}{b-1}x + by + a$, है, जहां a तथा b अचर हैं

118. Consider the first order PDE

$p+q=pq$ where $p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}$, $q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$.

Then which of the following are correct?

1. The Charpit's equations for the above PDE reduce to $\frac{dx}{1-q} = \frac{dy}{1-p} = \frac{dz}{-pq} = \frac{dp}{p+q} = \frac{dq}{0}$
2. A solution of the Charpit's equation is q = b, where b is a constant.
3. The corresponding value of *p* is $p = \frac{b}{b-1}$
4. A solution of the equation is $z = \frac{b}{b-1}x + by + a$, where a and b are constants.

119. परिसीमा-मान समस्या (पमास) $u''+\lambda u = 0,\ u(0) = u'(\pi) = 0,\ u' \equiv \frac{du}{dx}, u'' \equiv \frac{d^2u}{dx^2},\ \lambda \in \mathbb{C}$ पर विचारें। मानें कि k एक अऋणात्मक पूर्णांक को निर्दिष्ट करता है। तो निम्न में से कौन से सही है?

1. पमास के अभिलक्षणी मानों का अस्तित्व है तथा संगत अभिलक्षणी फलन एक लांबिक समुच्चय को संघटित करते हैं।
2. पमास के अभिलक्षणी मान $\left(k+\frac{1}{2}\right)^2$ हैं, तथा संगत अभिलक्षणी फलन $\left\{\sin\left(k+\frac{1}{2}\right)x\right\}$ होते हैं।
3. पमास के अभिलक्षणी मान $(k+1)^2$ हैं, तथा संगत अभिलक्षणी फलन $\{\sin(k+1)x\}$ होते हैं।
4. पमास के कोई अवास्तविक अभिलक्षणिक मान का अस्तित्व नहीं हैं।

119. Consider the boundary value problem (BVP)

$u''+\lambda u = 0,\ u(0) = u'(\pi) = 0,\ u' \equiv \frac{du}{dx}, u'' \equiv \frac{d^2u}{dx^2},\ \lambda \in \mathbb{C}$. Let k denote a nonnegative integer .

Then, which of the following are correct?

1. There exist eigenvalues of the BVP and the corresponding eigenfunctions constitute an orthogonal set.
2. The eigenvalues of the BVP are $\left(k+\frac{1}{2}\right)^2$ with the corresponding eigenfunctions $\left\{\sin\left(k+\frac{1}{2}\right)x\right\}$.
3. The eigenvalues of the BVP are $(k+1)^2$ with the corresponding eigenfunctions $\{\sin(k+1)x\}$.
4. There exists no nonreal eigenvalue for the BVP.

120. प्रारंभिक मान समस्या (प्रामास) $\frac{dy}{dx} = xy^{1/3}$, $y(0) = 0$, $(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ पर विचारें। तो निम्न में से कौन-से सही हैं?

1. फलन $f(x,y)=xy^{1/3}$ एक लिप्शिट्स् प्रतिबंध का $y=0$ के किसी भी सामीप्य में y के संदर्भ में समाधान नहीं करता।
2. प्रामास के एक अद्‌वितीय हल का अस्तित्व है।
3. प्रामास के किसी हल का अस्तित्व नहीं है।
4. प्रामास के एक से अधिक हलों का अस्तित्व है।

120. Consider the initial value problem (IVP) $\frac{dy}{dx} = xy^{1/3}$, $y(0) = 0$, $(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Then, which of the following are correct?

1. The function $f(x,y)=xy^{1/3}$ does not satisfy a Lipschitz condition with respect to y in any neighbourhood of $y=0$
2. There exists a unique solution for the IVP
3. There exists no solution for the IVP
4. There exist more than one solution for the IVP