

**Question ID:- 556**

A ranks 10<sup>th</sup> from both the top and the bottom in merit among the girls in her class. B ranks 6<sup>th</sup> from the top and 16<sup>th</sup> from the bottom among boys in the same class. If A is immediately ahead of B in merit order, her rank in the entire class would be

अपनी कक्षा में, लड़कियों के वरीयता क्रम में, A का स्थान दोनों ऊपर से व नीचे से, 10 वां है। उसी कक्षा में, लड़कों के वरीयता क्रम में, B का स्थान ऊपर से 6 ठा और नीचे से 16 वां है। वरीयता क्रम में, A यदि B के ठीक ऊपर है, अपनी पूरी कक्षा में उसका (A का) स्थान होगा

**Options:-**

- 16<sup>th</sup> from the top and 26<sup>th</sup> from the bottom

ऊपर से 16 वां और नीचे से 26 वां, Option ID :- 2221,

- 15<sup>th</sup> from the top and 26<sup>th</sup> from the bottom

ऊपर से 15 वां और नीचे से 26 वां, Option ID :- 2222,

- 15<sup>th</sup> from the top and 27<sup>th</sup> from the bottom

ऊपर से 15 वां और नीचे से 27 वां, Option ID :- 2223,

- 16<sup>th</sup> from the top and 27<sup>th</sup> from the bottom

ऊपर से 16 वां और नीचे से 27 वां, Option ID :- 2224,

**Question ID:- 555**

In a test with multiple choice questions, candidates get 4 marks for a correct answer and lose 1 mark for an incorrect answer. Two candidates A and B attempting 18 and 13 questions, respectively, secure equal marks. How many more INCORRECT answers does A have compared to B?

बहु विकल्प प्रश्नों वाले एक टेस्ट में, अभ्यर्थियों को प्रत्येक सही उत्तर के लिए 4 अंक प्राप्त होते हैं और प्रत्येक गलत उत्तर के लिए 1 अंक कम किया जाता है। दो अभ्यर्थियों, A और B ने क्रमशः 18 व 13 प्रश्नों को कर, एक समान अंक प्राप्त किये। A के, B की अपेक्षा कितने अधिक गलत उत्तर हैं?

**Options:-**

- 3, Option ID :- 2217,

- 4, Option ID :- 2218,

- 5, Option ID :- 2219,

- 6, Option ID :- 2220,

.....

**Question ID:- 560**

If 90 people are to be seated randomly in 15 rows of 6 seats each, what is the probability that a person gets a seat at either end of a row?

यदि 90 लोगों को यादृच्छिक रूप से 15 पंक्तियों में, 6 प्रति पंक्ति में, बैठाया जाये तो किसी व्यक्ति की पंक्ति के दोनों छोरों में से एक पर बैठने की प्रायिकता कितनी है?

**Options:-**

- 1/2, Option ID :- 2237,

- 1/4, Option ID :- 2238,

- 1/3, Option ID :- 2239,

- 1/15, Option ID :- 2240,

.....

**Question ID:- 558**

A 360 ml aqueous solution contains 40% alcohol. How much will be the approximate percentage of alcohol if 3600 ml of water is added to the solution?

एक 360 मिली जलीय घोल का 40% अल्कोहल है। यदि इस घोल में 3600 मिली पानी मिलाया जाये तो लगभग कितने प्रतिशत अल्कोहल होगा?

**Options:-**

- 2.6 , Option ID :- 2229,

- 3.6 , Option ID :- 2230,

- 4.0 , Option ID :- 2231,

- 1.0 , Option ID :- 2232,

**Question ID:- 564**

The arithmetic mean of five numbers is zero. The numbers may not be distinct. Which of the following must be true?

पांच संख्याओं का अंकगणितीय माध्य शून्य है। संख्याएं पृथक् (भिन्न) नहीं भी हो सकती हैं। निम्नलिखित में से कौनसा सत्य होना आवश्यक है?

**Options:-**

- .The product of the numbers is zero

संख्याओं का गुणनफल शून्य है , Option ID :- 2253,

- . At most two of these numbers are positive

इन संख्याओं में से अधिकतम दो संख्याएं धनात्मक हैं , Option ID :- 2254,

- . There cannot be exactly one zero

मात्र एक संख्या शून्य नहीं हो सकती है , Option ID :- 2255,

- . There cannot be exactly one non-zero number

मात्र एक संख्या शून्येतर (जैसे-शून्य) नहीं हो सकती है , Option ID :- 2256,

**Question ID:- 574**

A 5 kg watermelon contains 99% water by weight. Some of the water evaporates and the melon now contains 98% water by weight. What is the weight (in kg) of watermelon now?

एक 5 किलो तरबूज में भार का 99% पानी है। इसका कुछ पानी वापिस हो जाता है और तरबूज में अब के भार का 98% पानी है। तरबूज का भार (किलो में) अब कितना है?

**Options:-**

- .4.5, Option ID :- 2293,

- . 2.5, Option ID :- 2294,

- . 4.8, Option ID :- 2295,

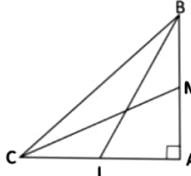
- . 4.9, Option ID :- 2296.

**AI**

**Question ID:- 568**

Consider a right angled triangle BAC with medians CM and BL having the same length. The ratio of the length of BC to that of ML is

एक समकोण त्रिभुज BAC का विचार करें जिसकी मध्यिकाओं CM व BL की लम्बाई समान है। BC और ML की लम्बाई का अनुपात है

**Options:-**

- .2, Option ID :- 2269,

- . 3/4 , Option ID :- 2270,

- . 4/3, Option ID :- 2271,

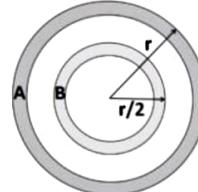
- . 1, Option ID :- 2272.

**Answer Given:-**

**Question ID:- 573**

There are two concentric circular tracks A and B of width 2 m each as shown in the figure. If  $r = 30\text{m}$ , what is the ratio of the areas of Track A to Track B?

जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, दो संकेन्द्री दृताकार ट्रैक A और B हैं, जिनकी प्रत्येक की चौड़ाई 2 मी है। यदि  $r = 30$  मी है, ट्रैक A और ट्रैक B के क्षेत्रफल का अनुपात कितना है?

**Options:-**

- .28/13 , Option ID :- 2289,

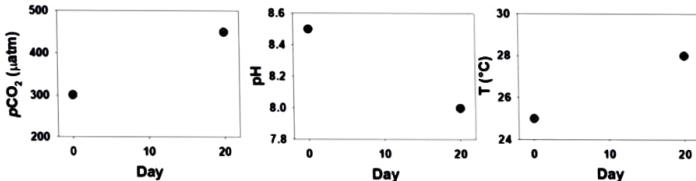
- . 2/1, Option ID :- 2290,

- . 29/14 , Option ID :- 2291,

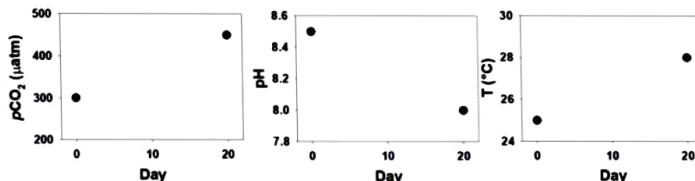
- . 5/3, Option ID :- 2292,

**Question ID:- 557**

Given figure represents pH, partial pressure of CO<sub>2</sub> (pCO<sub>2</sub>), and temperature (T) in an experiment conducted in a water sample over 20 days. Which of the following statements can definitely be made based on this experiment?



दिया गया चित्र, 20 दिनों के अंतराल पर पानी के नमूने पर किये गए एक प्रयोग में pH, CO<sub>2</sub> का अंशिक दाब (pCO<sub>2</sub>), और तापमान (T) को दर्शाता है। इस प्रयोग के आधार पर, निम्नलिखित में से कौनसा कथन निश्चित रूप से कहा जा सकता है?



**Options:-**

- High CO<sub>2</sub> causes global warming.

अधिक CO<sub>2</sub> से भूमंडलीय तापक्रम में वृद्धि होती है।, Option ID :- 2225,

- High temperature causes acidification.

अधिक तापमान से अम्लीकरण होता है।, Option ID :- 2226,

- There is a decrease in pH and an increase in both T and pCO<sub>2</sub> over 20 days.

20 दिनों के अंतराल पर, pH घटता है और तापमान व, pCO<sub>2</sub> दोनों में वृद्धि होती है।, Option ID :- 2227,

- pH and pCO<sub>2</sub> are positively correlated while pH and T are inversely correlated.

pH व pCO<sub>2</sub> धनात्मक सहसंबंधित हैं, जबकि pH व T प्रतिलोमतः सहसंबंधित हैं।, Option ID :- 2228,

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 559**

A set of 27 similar looking coins has 26 identical coins and one dummy coin having less weight. What is the minimum number of weighings that will ensure identification of the dummy coin using a two-pan balance?

एक जैसे दिखने वाले 27 सिक्कों के सेट में 26 सिक्के अभिन्न (एकरूप) हैं और एक कम भार वाला प्रतिरूपी सिक्का है। दो पलड़ी वाली एक तराजू से न्यूनतम कितनी बार तोल कर प्रतिरूपी सिक्के की पहचान सुनिश्चित की जा सकती?

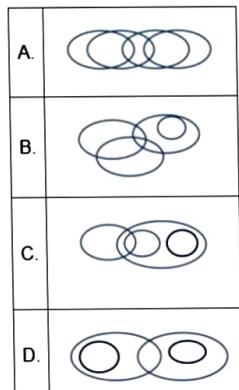
**Options:-**

- 3, Option ID :- 2233,
- 4, Option ID :- 2234,
- 5, Option ID :- 2235,
- 6, Option ID :- 2236.

**Answer Given:**

**Question ID:- 561**

An appropriate diagram showing the relationship between the categories FOOD, VEGETABLES, ROOTS and ICECREAMS is



Select the CORRECT option

### Question ID:- 571

The wholesale price per unit of an item is  $C_0$  up to first 19 units. The unit price falls by 10% if 20 to 29 units are purchased and by another 10 % if 30 or more units are purchased. If 120 units are bought, the total price paid is approximately

किसी वस्तु की प्रति इकाई थोक कीमत, प्रथम 19 इकाइयों तक  $C_0$  है। यदि 20 से 29 इकाइयों की खरीद की जाये तो, इकाई कीमत 10% घट जाती है और 30 या अधिक इकाइयों की खरीद पर अतिरिक्त 10% घट जाती है। यदि 120 इकाइयां खरीदी जाएँ, चुकाई गयी कुल कीमत लगभग है

#### Options:-

- .99  $C_0$  , Option ID :- 2281,
- . 97  $C_0$  , Option ID :- 2282,
- . 91  $C_0$  , Option ID :- 2283,
- . 81  $C_0$  , Option ID :- 2284.

#### Answer :-

### Question ID:- 566

Of all the English magazines published in a country, magazine M is read by the highest number of readers. It necessarily follows that

एक देश में प्रकाशित सभी अंग्रेजी पत्रिकाओं में से, पत्रिका M की पाठक संख्या सर्वाधिक है। यह अनिवार्य रूप से अनुसरण करता है कि

#### Options:-

- .M is the most popular English magazine published in the country.  
M देश में प्रकाशित सर्वाधिक लोकप्रिय अंग्रेजी पत्रिका है। , Option ID :- 2261,
- . M is the most popular English magazine in the country.  
M देश में सर्वाधिक लोकप्रिय अंग्रेजी पत्रिका है। , Option ID :- 2262,
- . M is the most popular magazine in the country.  
M देश में सर्वाधिक लोकप्रिय पत्रिका है। , Option ID :- 2263,
- . The study has not considered the readership of English magazines published outside the country.  
इस अध्ययन में देश से बाहर प्रवर्तित अंग्रेजी पत्रिकाओं के पाठकणां पर विचार नहीं किया गया है। , Option ID :- 2264,

### Question ID:- 563

On a track of 200 m length, S runs from the starting point and R starts 20 m ahead of S at the same time. Both reach the end of the track at the same time. S runs at a uniform speed of 10 m/s. If R also runs at a uniform speed, then how much more time would R take to run the entire course?

एक 200 मी लम्बे ट्रैक पर, ट्रैक के आंधिक बिंदु से S, व उसके 20 मी आगे से R, एक ही समय दौड़ना आरम्भ करते हैं। ट्रैक के अंत पर दोनों एक ही समय पहुँचते हैं। S 10 मी/से की एकसमान गति से दौड़ता है। यदि R भी एकसमान गति से दौड़ता है, तो R को पूरे ट्रैक को दौड़ने में कितना और अधिक समय लगेगा?

#### Options:-

- .0.5 second  
0.5 सेकंड , Option ID :- 2249,
- . 1.0 second  
1.0 सेकंड , Option ID :- 2250,
- . 1.5 second  
1.5 सेकंड , Option ID :- 2251,
- . 2.2 seconds  
2.2 सेकंड , Option ID :- 2252,

#### Answer :-

### Question ID:- 569

A battalion consists of elephants, horses and soldiers totaling to 3500. There are twice as many horses as elephants and one-fourth of the soldiers are riding these animals. In the stand still position, number of feet on ground is 7500. The number of horses in the battalion is

हाथियों, घोड़ों और सिपाहियों से बनी एक बटालियन है जिनकी कुल संख्या 3500 है। इसमें घोड़ों की संख्या हाथियों की संख्या की दोगुनी है और एक-चौथाई सिपाही इन जानवरों पर सवार है। ठहरी हुई अवस्था में, धरातल पर चरणों की संख्या 7500 है। बटालियन में घोड़ों की संख्या है

#### Options:-

- .525, Option ID :- 2273,
- . 625, Option ID :- 2274,
- . 550, Option ID :- 2275,
- . 600, Option ID :- 2276

#### Answer :-

### Question ID:- 572

Two digital clocks show times 09h 13m and 09h 17m, respectively, at one instant. Exactly 30 seconds later the clocks show 09h14m and 09h17m, respectively. Which one of the following options is a possible difference between the times maintained by the two clocks?

एक समय, दो डिजिटल घड़ियाँ क्रमशः 09घं 13मि और 09घं 17मि समय दर्शाती हैं। ठीक 30 सेकंड पश्चात् घड़ियाँ क्रमशः 09घं 14मि और 09घं 17मि दर्शाती हैं। दो घड़ियों द्वारा संधारित समयों के बीच का संभावित अंतर, नीचे दिए गए विकल्पों में से कौन सा है?

#### Options:-

- 3m 00s

3मि 00से, Option ID :- 2285,

- 30s

30से, Option ID :- 2286,

- 4m 00s

4मि 00से, Option ID :- 2287,

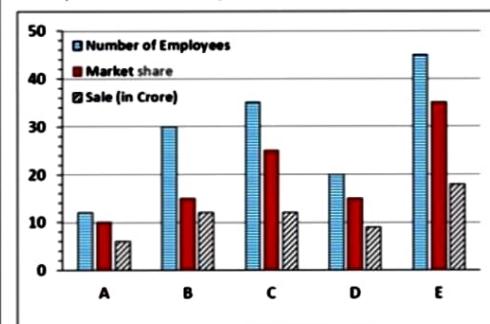
- 4m 30s

4मि 30से, Option ID :- 2288,

.....

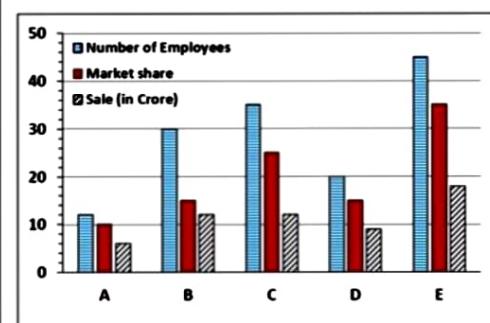
### Question ID:- 570

The graph shows number of employees, market share (as % by number of units sold), and sale (in Rs. crore) for five companies A, B, C, D, E.



#### Select the CORRECT statement

पांच कंपनियों A, B, C, D, E के कार्मिकों की संख्या, बाजार हिस्सेदारी (बेची गयी इकाइयों की संख्या प्रतिशत के रूप में), और विक्रय बिक्री (करोड़ रु. में) को ग्राफ में दिखाया गया है।



सही कथन को चुनिए

#### Options:-

- A has the highest market share per employee, C has the highest sale for its market share

A की बाजार हिस्सेदारी प्रति कार्मिक सर्वाधिक है, C की विक्रय बिक्री बाजार हिस्सेदारी के लिए सर्वाधिक है।, Option ID :- 2277,

- C has the highest market share per employee, B has the highest sale for its market share

C की बाजार हिस्सेदारी प्रति कार्मिक सर्वाधिक है, B की विक्रय बिक्री बाजार हिस्सेदारी के लिए सर्वाधिक है।, Option ID :- 2278,

- D has the highest market share per employee, E has the highest sale for its market share

D की बाजार हिस्सेदारी प्रति कार्मिक सर्वाधिक है, E की विक्रय बिक्री बाजार हिस्सेदारी के लिए सर्वाधिक है।, Option ID :- 2279,

- A has the highest market share per employee, B has the highest sale for its market share

A की बाजार हिस्सेदारी प्रति कार्मिक सर्वाधिक है, B की विक्रय बिक्री बाजार हिस्सेदारी के लिए सर्वाधिक है।, Option ID :- 2280,

Answe.

Question ID:- 562

Consider the following four statements.

Statement 1: "Statement 3 is true."

Statement 2: "Statement 1 is true"

Statement 3: "Statement 1 is true and Statement 2 is false"

Statement 4: "Statements 1, 2 and 3 are false"

Which of the above statements must be true for the four statements to be mutually consistent?

निम्नलिखित चार कथनों पर ध्यान दें।

कथन 1: "कथन 3 सत्य है"

कथन 2: "कथन 1 सत्य है"

कथन 3: "कथन 1 सत्य है और कथन 2 असत्य है"

कथन 4: "कथन 1, 2, और 3 असत्य हैं!"

इन चार कथनों को अन्योन्य अविरोधी होने के लिए उपर्युक्त कथनों में से कौनसा सत्य होना आवश्यक है?

Options:-

. Statement 1

कथन 1 , Option ID :- 2245,

. Statement 2

कथन 2 , Option ID :- 2246,

. Statement 3

कथन 3 , Option ID :- 2247,

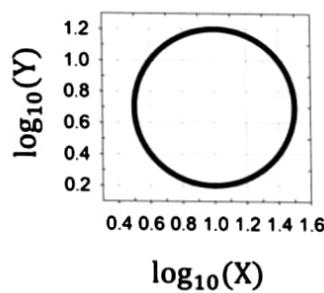
. Statement 4

कथन 4 , Option ID :- 2248

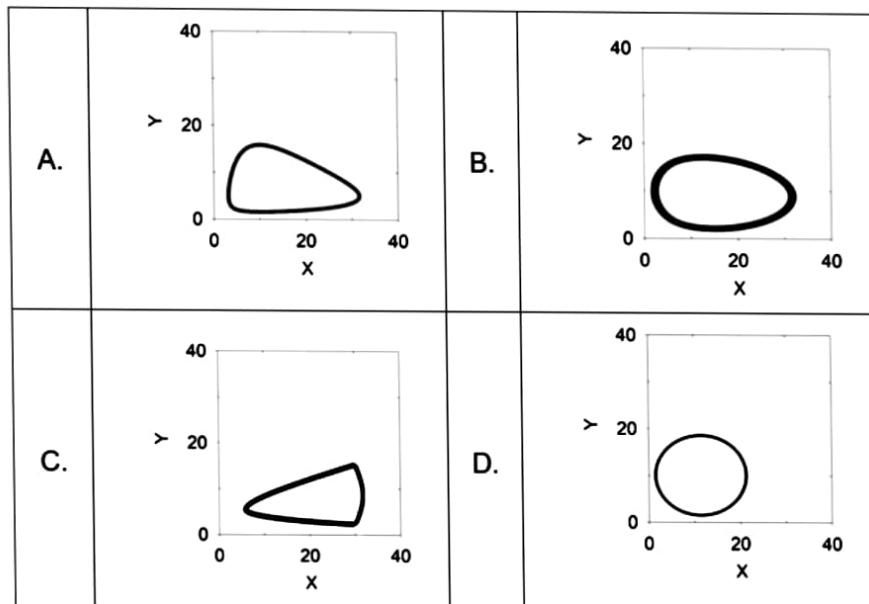
Answer G

---

Question ID:- 565



Which one of the following, drawn on a linear scale, represents the circle shown in the figure above?



Select the CORRECT option

**Question ID:- 567**

The number of three digit PINs, in which the third digit is the sum of the first two digits, is तीन अंकों वाले पिनों की संख्या, जिसमें तीसरा अंक पहले दो अंकों का योग है, है

**Options:-**

- .55, Option ID :- 2265,
- . 9, Option ID :- 2266,
- . 45, Option ID :- 2267,
- . 11, Option ID :- 2268.

**Answer Give**

**Subject : S1 B UNIT -**

**Question ID:- 300****UNIT – 1**

Let  $A = (a_{i,j})$  be a real symmetric  $3 \times 3$  matrix. Consider the quadratic form  $Q(x_1, x_2, x_3) = \mathbf{x}^t A \mathbf{x}$  where  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^t$ .

Which of the following is true?

मानें कि  $A = (a_{i,j})$  वास्तविक सममित  $3 \times 3$  आव्यूह है। द्विघाती रूप

$Q(x_1, x_2, x_3) = \mathbf{x}^t A \mathbf{x}$  पर विचार करें जहाँ  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^t$ .

निम्न में से कौन सा सत्य है?

**Options:-**

- If  $Q(x_1, x_2, x_3)$  is positive definite, then  $a_{i,j} > 0$  for all  $i \neq j$ .

यदि  $Q(x_1, x_2, x_3)$  धनात्मक निश्चित है तब सभी  $i \neq j$  के लिए  $a_{i,j} > 0$  है।

**Option ID :- 1197,**

- If  $Q(x_1, x_2, x_3)$  is positive definite, then  $a_{i,i} > 0$  for all  $i$ .

यदि  $Q(x_1, x_2, x_3)$  धनात्मक निश्चित है तब सभी  $i$  के लिए  $a_{i,i} > 0$  है।

**Option ID :- 1198,**

- If  $a_{i,j} > 0$  for all  $i \neq j$ , then  $Q(x_1, x_2, x_3)$  is positive definite.

यदि सभी  $i \neq j$  के लिए  $a_{i,j} > 0$  हो तो,  $Q(x_1, x_2, x_3)$  धनात्मक निश्चित है।

**Option ID :- 1199,**

- If  $a_{i,i} > 0$  for all  $i$ , then  $Q(x_1, x_2, x_3)$  is positive definite.

यदि सभी  $i$  के लिए  $a_{i,i} > 0$  हो तो,  $Q(x_1, x_2, x_3)$  धनात्मक निश्चित है।

**Option ID :- 1200,**

•

..

**Question ID:- 299****UNIT – 1**

Let  $\mathbb{R}$  be the field of real numbers. Let  $V$  be the vector space of real polynomials of degree at most 1. Consider the bilinear form

$$\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R},$$

given by

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx.$$

Which of the following is true?

मानें कि  $\mathbb{R}$  वास्तविक संख्याओं का क्षेत्र है। मानें कि  $V$  अधिकतम घात (degree) 1 के बहुपदों की सदिश समग्री है। एक द्विएकघाती समघात  $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ , निम्नवत परिभाषित है

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx.$$

निम्न में से कौन सा सत्य है ?

**Options:-**

For all nonzero real numbers  $a, b$ , there exists a real number  $c$  such that the vectors  $ax + b, x + c \in V$  are orthogonal to each other.

सभी शून्येतर वास्तविक संख्याओं  $a, b$  के लिए, कोई वास्तविक संख्या  $c$  इस प्रकार है कि सदिश  $ax + b, x + c \in V$  एक दूसरे के लंबवत हैं।

**Option ID :- 1193,**

For all nonzero real numbers  $b$ , there are infinitely many real numbers  $c$  such that the vectors  $x + b, x + c \in V$  are orthogonal to each other.

सभी शून्येतर वास्तविक संख्याओं  $b$  के लिए, इस प्रकार की अनंत वास्तविक संख्यायें  $c$  हैं कि सदिश  $x + b, x + c \in V$  एक-दूसरे के लंबवत हैं।

**Option ID :- 1194,**

For all positive real numbers  $c$ , there exist infinitely many real numbers  $a, b$  such that the vectors  $ax + b, x + c \in V$  are orthogonal to each other.

सभी धनात्मक वास्तविक संख्याओं  $c$  के लिए, इस प्रकार की अनंत वास्तविक संख्यायें  $a, b$  हैं कि सदिश  $ax + b, x + c \in V$  एक दूसरे के लंबवत हैं।

**Option ID :- 1195,**

For all nonzero real numbers  $b$ , there are infinitely many real numbers  $c$  such that the vectors  $b, x + c \in V$  are orthogonal to each other.

सभी शून्येतर वास्तविक संख्याओं  $b$  के लिए इस प्रकार की अनंत वास्तविक संख्यायें  $c$  हैं कि सदिश  $b, x + c \in V$  एक-दूसरे के लंबवत हैं।

**Option ID :- 1196,**

**Answer Given:-**

**Question ID:- 289****UNIT – 1**

Let  $a_n = n + n^{-1}$ . Which of the following is true for the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{a_{n+1}}{n!} ?$$

माने कि  $a_n = n + n^{-1}$ . निम्न में कौन सा कथन श्रेणी

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{a_{n+1}}{n!}$$

के लिए सत्य है ?

**Options:-**

- It does not converge.

यह अभिसरित नहीं होती। , Option ID :- 1153,

- It converges to  $e^{-1} - 1$ .

यह  $e^{-1} - 1$  की ओर अभिसरित होती है। , Option ID :- 1154,

- It converges to  $e^{-1}$ .

यह  $e^{-1}$  की ओर अभिसरित होती है। , Option ID :- 1155,

- It converges to  $e^{-1} + 1$ .

यह  $e^{-1} + 1$  की ओर अभिसरित होती है। , Option ID :- 1156,

**Answer Given:****Question ID:- 290****UNIT – 1**

Consider the series

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a^n}{n^b (\log_e n)^c} .$$

For which values of  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , does the series **NOT** converge?

श्रेणी

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a^n}{n^b (\log_e n)^c}$$

पर विचार करें।

$a, b, c \in \mathbb{R}$  के किन मानों के लिए यह श्रेणी अभिसरित नहीं होती ?

**Options:-**

- $|a| < 1, b, c \in \mathbb{R}$

- Option ID :- 1157,

- $a = 1, b > 1, c \in \mathbb{R}$

- Option ID :- 1158,

- $a = 1, 1 \geq b \geq 0, c < 1$

- Option ID :- 1159,

- $a = -1, b \geq 0, c > 0$

- Option ID :- 1160,

- Answer

## Question ID:- 291

### UNIT - 1

Suppose  $(a_n)_{n \geq 1}$  and  $(b_n)_{n \geq 1}$  are two bounded sequences of real numbers.

Which of the following is true?

माने कि  $(a_n)_{n \geq 1}$  तथा  $(b_n)_{n \geq 1}$  वास्तविक संख्याओं के दो परिबद्ध अनुक्रम हैं।  
निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

#### Options:-

- $\limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n + (-1)^n b_n) = \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n + |\limsup_{n \rightarrow \infty} b_n|$

#### Option ID :- 1161,

- $\limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n + (-1)^n b_n) \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow \infty} b_n$

#### Option ID :- 1162,

- $\limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n + (-1)^n b_n) \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n + |\limsup_{n \rightarrow \infty} b_n| + |\liminf_{n \rightarrow \infty} b_n|$

#### Option ID :- 1163,

- $\limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n + (-1)^n b_n)$  may not exist

- $\limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n + (-1)^n b_n)$  अस्तित्व में नहीं भी हो सकती है

#### Option ID :- 1164,

## Question ID:- 294

### UNIT - 1

Let  $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  be given by

$f_n(t) = (n+2)(n+1)t^n(1-t)$ , for all  $t$  in  $[0, 1]$ .

Which of the following is true?

फलन  $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  को निम्नतः व्यक्त किया जाता है :

$f_n(t) = (n+2)(n+1)t^n(1-t)$ ,  $[0, 1]$  में  $t$  के सभी मानों के लिए।  
निम्न में से कौन सा सत्य है?

#### Options:-

- The sequence  $(f_n)$  converges uniformly.

- श्रेणी  $(f_n)$  एक समानतः अभिसरित होती है

#### Option ID :- 1173,

- The sequence  $(f_n)$  converges pointwise but not uniformly.

- श्रेणी  $(f_n)$  बिंदुवार एक समानतः अभिसरित होती है किन्तु समानतः नहीं

#### Option ID :- 1174,

- The sequence  $(f_n)$  diverges on  $[0, 1]$ .

- श्रेणी  $(f_n)$  का  $[0, 1]$  पर अपसरण होता है

#### Option ID :- 1175,

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(t) dt = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(t) dt.$

#### Option ID :- 1176,

**Answer Given:**

**Question ID:- 292****UNIT - 1**

Let  $X, Y$  be defined by

$$X = \{(x_n)_{n \geq 1} : \limsup_{n \rightarrow \infty} x_n = 1, \text{ where } x_n \in \{0,1\}\}$$

and

$$Y = \{(x_n)_{n \geq 1} : \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \text{ does not exist, where } x_n \in \{0,1\}\}.$$

Which of the following is true?

यदि  $X$  तथा  $Y$

$$X = \{(x_n)_{n \geq 1} : \limsup_{n \rightarrow \infty} x_n = 1; \text{ जहाँ } x_n \in \{0,1\}\}$$

तथा

$$Y = \{(x_n)_{n \geq 1} : \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \text{ अस्तित्व में नहीं है; जहाँ } x_n \in \{0,1\}\}$$

द्वारा परिभाषित हों तो निम्न में कौन सा कथन सत्य है?

**Options:-**

- $X, Y$  are countable.

$X$  तथा  $Y$  गणनीय हैं ,

**Option ID :- 1165,**

- $X$  is countable and  $Y$  is uncountable.

$X$  गणनीय तथा  $Y$  अगणनीय है

**Option ID :- 1166,**

- $X$  is uncountable and  $Y$  is countable.

$X$  अगणनीय तथा  $Y$  गणनीय है ,

**Option ID :- 1167,**

- $X, Y$  are uncountable.

$X$  तथा  $Y$  अगणनीय हैं ।

**Option ID :- 1168.**

**Answer Given:-****Question ID:- 302****UNIT - 1**

Suppose  $A$  is a real  $n \times n$  matrix of rank  $r$ . Let  $V$  be the vector space of all real  $n \times n$  matrices  $X$  such that  $AX = 0$ . What is the dimension of  $V$ ?

माने कि  $A$  रैंक  $r$  का वास्तविक  $n \times n$  आव्यूह है। माने कि  $V$  उन सभी  $n \times n$  आव्यूहों  $X$  की सदिश समाणि है जिनके लिए  $AX = 0$  है।  $V$  की विमा क्या है?

**Options:-**

- $r$  ,

**Option ID :- 1205,**

- $nr$  ,

**Option ID :- 1206,**

- $n^2r$  ,

**Option ID :- 1207,**

- $n^2 - nr$  ,

**Option ID :- 1208,**

**Answer Given:-**

## UNIT - 1

Suppose A and B are similar real matrices, that is, there exists an invertible matrix S such that  $A = SBS^{-1}$ . Which of the following need not be true?

निम्न में से कौन सा कथन सत्य होना आवश्यक नहीं है?

**Options:-**

- Transpose of A is similar to the transpose of B.

A का परिवर्त B के समरूप है। Option ID :- 1185,

- The minimal polynomial of A is same as the minimal polynomial of B.

A का अल्पिक्ष बहुपद B के अल्पिक्ष बहुपद के बराबर है। Option ID :- 1186,

- $\text{trace}(A) = \text{trace}(B)$ . , Option ID :- 1187,

- The range of A is same as the range of B.

A का प्रगति और B का प्राप्ति समान है। Option ID :- 1188,

**Ans:-**

A 6

---

Question ID:- 301

## UNIT - 1

Let  $A$  be an invertible  $5 \times 5$  matrix over a field  $F$ . Suppose that characteristic polynomials of  $A$  and  $A^{-1}$  are the same.

Which of the following is necessarily true?

$A$  को किसी क्षेत्र  $F$  पर कोई  $5 \times 5$  व्युक्तमणीय आव्यूह मानें। माने कि  $A$  तथा  $A^{-1}$  के अभिलक्षणिक बहुपद एक ही हैं।

निम्न में से कौन सा कथन सर्वदा सत्य है?

**Options:-**

- $\det(A)^2 = 1$ ,

Option ID :- 1201,

- $\det(A)^5 = 1$ ,

Option ID :- 1202,

- $\text{trace}(A)^2 = 1$

Option ID :- 1203,

- $\text{trace}(A)^5 = 1$ ,

Option ID :- 1204,

**Answer Given:-**

---

Question ID:- 295

## UNIT - 1

Let us define a sequence  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  of real numbers to be a *Fibonacci-like sequence* if  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  for  $n \geq 3$ . What is the dimension of the  $\mathbb{R}$ -vector space of Fibonacci-like sequences?

वास्तविक संख्याओं के अनुक्रम  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  को फिबोनाशी प्रकार का अनुक्रम कहा जाता है, यदि  $n \geq 3$  के लिए  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  हो। फिबोनाशी प्रकार के अनुक्रमों के  $\mathbb{R}$ -सदिश समाणि की विमा क्या है?

**Options:-**

- 1 , Option ID :- 1177,

- 2 , Option ID :- 1178,

- infinite and countable

अनंत और गणनीय , Option ID :- 1179,

- infinite and uncountable

अनंत और अगणनीय , Option ID :- 1180,

**Answer Given:-** C , Option ID :- 1179

**Question ID:- 293****UNIT - 1**

Let  $D$  denote a proper dense subset of a metric space  $X$ . Suppose that  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  is a uniformly continuous function. For  $p \in X$ , let  $B_n(p)$  denote the set

$$\left\{x \in D : d(x, p) < \frac{1}{n}\right\}.$$

$$\text{Consider } W_p = \bigcap_n \overline{f(B_n(p))}.$$

Which of the following statements is true?

माने कि  $D$  किसी दूरीक समस्त  $X$  का उचित सघन उपसमुच्चय है। माने कि  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  एक समानतः सतत फलन है। माने कि  $p \in X$  के लिए  $B_n(p)$  निम्न समुच्चय है

$$\left\{x \in D : d(x, p) < \frac{1}{n}\right\}.$$

$$\text{माने कि } W_p = \bigcap_n \overline{f(B_n(p))}.$$

निम्न में से क्या सत्य है ?

**Options:-**

•  $W_p$  may be empty for some  $p$  in  $X$ .

$X$  में किसी  $p$  के लिए  $W_p$  रिक्त हो सकता है ,

**Option ID :- 1169,**

•  $W_p$  is not empty for every  $p$  in  $X$  and is contained in  $f(D)$ .

$X$  के हर  $p$  के लिए  $W_p$  अरिक्त है तथा  $f(D)$  में सन्त्रिहित है ,

**Option ID :- 1170,**

•  $W_p$  is a singleton for every  $p$ .

हर  $p$  के लिए  $W_p$  एक एकल है ,

**Option ID :- 1171,**

•  $W_p$  is empty for some  $p$  and singleton for some  $p$ .

कुछ  $p$  के लिए  $W_p$  रिक्त है तथा कुछ  $p$  के लिए एकल है ।

**Option ID :- 1172**

**Answer Given:- 1**

**Subject : S1 B UNIT -2****Question ID:- 312****UNIT - 2**

If  $|e^{az}| = 1$  for a complex number  $z = x + iy$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ , then which of the following is true?

यदि किसी सम्मिश्र संख्या  $z = x + iy$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$  के लिए  $|e^{az}| = 1$  हो तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है ?

**Options:-**

•  $x = n\pi$  for some integer  $n$ .

किसी पूर्णांक  $n$  के लिए  $x = n\pi$

**Option ID :- 1245,**

•  $y = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$  for some integer  $n$ .

किसी पूर्णांक  $n$  के लिए  $y = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$

**Option ID :- 1246,**

•  $y = n\pi$  for some integer  $n$ .

किसी पूर्णांक  $n$  के लिए  $y = n\pi$

**Option ID :- 1247,**

•  $x = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$  for some integer  $n$ .

किसी पूर्णांक  $n$  के लिए  $x = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$

**Option ID :- 1248,**

**Answer Given:**

### Question ID:- 313

#### UNIT – 2

Let  $f(z) = (1 - z)e^{(z + \frac{z^2}{2})} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n$ .

Which of the following is FALSE?

माने कि  $f(z) = (1 - z)e^{(z + \frac{z^2}{2})} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n$ .  
निम्न में से कौन सा कथन असत्य है ?

#### Options:-

- $f'(z) = -z^2 e^{(z + \frac{z^2}{2})}$ ,

Option ID :- 1249,

- $a_1 = a_2$ ,

Option ID :- 1250,

- $a_n \in (-\infty, 0]$ ,

Option ID :- 1251,

- $\sum_{n=3}^{\infty} |a_n| < 1$ ,

Option ID :- 1252,

**Answer Given:-**

### Question ID:- 316

#### UNIT – 2

Let  $R$  be a ring and  $N$  the set of nilpotent elements, i.e.

$$N = \{x \in R \mid x^n = 0 \text{ for some } n \in \mathbb{N}\}.$$

Which of the following is true?

माने कि  $R$  एक वलय है तथा  $N$  शूद्यभावी अवयवों का समुच्चय है, अर्थात्

$$N = \{x \in R \mid x^n = 0 \text{ किसी } n \in \mathbb{N} \text{ के लिए}\}.$$

निम्न में से कौन सा सच है ?

#### Options:-

**N is an ideal in R.**

जो  $N$  है, वह  $R$  में गुणजावली है, Option ID :- 1261,

•  $N$  is never an ideal in  $R$ .

जो  $N$  है, वह  $R$  में कभी गुणजावली नहीं है, Option ID :- 1262,

• If  $R$  is non-commutative,  $N$  is not an ideal.

यदि  $R$  क्रम-विनिमेय विहीन है तो  $N$  गुणजावली नहीं है, Option ID :- 1263,

• If  $R$  is commutative,  $N$  is an ideal.

यदि  $R$  क्रम-विनिमेय है तो  $N$  गुणजावली है।, Option ID :- 1264,

**Ans**

### Question ID:- 318

Let  $X$  be a connected metric space with at least two points. Which of the following is necessarily true?  
माने कि  $X$  ऐसी संबद्ध दूरीक समष्टि है जिसमें कम से कम दो बिंदु हैं। निम्न में से कौन सा अनिवार्यतः सत्य है?

#### Options:-

•  $X$  has finitely many points.

$X$  में बिंदुओं की संख्या परिमित है।, Option ID :- 1269,

•  $X$  has countably many points but is not finite.

$X$  गणनीय है परंतु परिमित नहीं।, Option ID :- 1270,

•  $X$  has uncountably many points.

$X$  अगणनीय है।, Option ID :- 1271,

• No such  $X$  exists.

ऐसे किसी  $X$  का अस्तित्व नहीं है।, Option ID :- 1272,

### Question ID:- 317

#### UNIT – 2

Let  $R$  be a commutative ring with identity. Let  $S$  be a multiplicatively closed set such that  $0 \notin S$ . Let  $I$  be an ideal which is maximal with respect to the condition that

$$S \cap I = \emptyset.$$

Which of the following is necessarily true?

एक क्रम-विनम्र वलय  $R$  लीजीए जिसमें गुणात्मक तत्समक उपस्थित हो। माने कि  $S$  ऐसा कोई गुणात्मकतः संवृत समुच्चय है कि  $0 \notin S$ . माने कि  $I$  ऐसी गुणजावली है जो कि प्रतिबंध  $S \cap I = \emptyset$  के सापेक्ष उचित है।  
निम्न में से कौन सा अनिवार्यतः सत्य है ?

#### Options:-

- $I$  is a maximal ideal.
- उचित गुणजावली है। , Option ID :- 1265,
- $I$  is a prime ideal.
- $I$  अभाज्य गुणजावली है। , Option ID :- 1266,
- $I = (1)$  . , Option ID :- 1267,
- $I = (0)$  . , Option ID :- 1268

Answer Given:- I

---

### Question ID:- 315

Let  $G$  be a simple group of order 168. How many elements of order 7 does it have?

कोटि (order) 168 का एक सरल समूह  $G$  लीजीए। इसमें कोटि (order) 7 के कितने अवयव हैं ?

#### Options:-

- 6 , Option ID :- 1257,
- 7 , Option ID :- 1258,
- 48 , Option ID :- 1259,
- 56 , Option ID :- 1260,

Answer Given:- /

---

### Question ID:- 314

#### UNIT – 2

Let  $f$  be a non-constant entire function such that

$$|f(z)| = 1 \text{ for } |z| = 1.$$

Let  $U$  denote the open unit disk around 0.

Which of the following is FALSE?

माने कि  $f$  इस प्रकार से एक अचरेतर सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है कि  $|z| = 1$  के लिए  $|f(z)| = 1$  है। एक विविक्त इकाई डिस्क  $U$ , जो कि 0 पर केंद्रित है, लीजीए।

निम्न में से कौन सा असत्य है?

#### Options:-

- $f(\mathbb{C}) = \mathbb{C}$ ,
  - Option ID :- 1253,
  - $f$  has at least one zero in  $U$ ,
  - $f$  का  $U$  में कम से कम एक शून्य है। ,  
Option ID :- 1254,
  - $f$  has at most finitely many distinct zeros in  $\mathbb{C}$
- $f$  के  $\mathbb{C}$  में अधिक से अधिक परिमितानेक शून्य हैं। ,  
Option ID :- 1255,
- $f$  can have a zero outside  $U$
  - $f$  का  $U$  के बाहर शून्य हो सकता है। ,  
Option ID :- 1256,

Answer Given:- /

### Question ID:- 311

#### UNIT – 2

For a positive integer  $n$ , let  $f^{(n)}$  denote the  $n^{\text{th}}$  derivative of  $f$ .

Suppose an entire function  $f$  satisfies  $f^{(2)} + f = 0$ .

Which of the following is correct?

धनात्मक पूर्णांक  $n$  के लिए  $f$  के  $n^{\text{th}}$  अवकल को  $f^{(n)}$  से निरूपित कीजिए। मानें कि कोई सर्वत्र वैश्लेषिक फलन  $f$  है जो  $f^{(2)} + f = 0$  को संतुष्ट करता है।

निम्न में कौन सा कथन सही है ?

#### Options:-

- $(f^{(n)}(0))_{n \geq 1}$  is convergent.

$(f^{(n)}(0))_{n \geq 1}$  अभिसारी है।

#### Option ID :- 1241,

$\lim_{n \rightarrow \infty} f^{(n)}(0) = 1$ .

#### Option ID :- 1242,

$\lim_{n \rightarrow \infty} f^{(n)}(0) = -1$ .

#### Option ID :- 1243,

$(|f^{(n)}(0)|)_{n \geq 1}$  has a convergent subsequence.

$(|f^{(n)}(0)|)_{n \geq 1}$  का एक अभिसारी उप अनुक्रम है।

#### Option ID :- 1244.

Answer Given:- 1.

### Subject : S1 B UNIT – 3

#### Question ID:- 328

#### UNIT – 3

Let  $G: [0,1] \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  be defined as

$$G(t, x) = \begin{cases} t(1-x) & \text{if } t \leq x \leq 1 \\ x(1-t) & \text{if } x \leq t \leq 1. \end{cases}$$

For a continuous function  $f$  on  $[0,1]$ , define

$$I[f] = \int_0^1 \int_0^1 G(t, x) f(t) f(x) dt dx.$$

Which of the following is true?

$G: [0,1] \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  को निम्नवत परिभाषित करें

$$G(t, x) = \begin{cases} t(1-x) & \text{if } t \leq x \leq 1 \\ x(1-t) & \text{if } x \leq t \leq 1. \end{cases}$$

एक फलन  $f$  जो कि  $[0,1]$  पर सतत है, के लिए  $I[f]$  को निम्न प्रकार से परिभाषित करें।

$$I[f] = \int_0^1 \int_0^1 G(t, x) f(t) f(x) dt dx.$$

निम्न में से कौन सा सत्य है?

#### Options:-

- $I[f] > 0$  if  $f$  is not identically zero.

$I[f] > 0$  यदि  $f$  सर्वथा शून्य नहीं है।

#### Option ID :- 1309,

There exists non-zero  $f$  such that  $I[f] = 0$ .

ऐसा शून्येतर  $f$  है कि  $I[f] = 0$ .

#### Option ID :- 1310,

There is  $f$  such that  $I[f] < 0$ .

ऐसा  $f$  है कि  $I[f] < 0$ .

#### Option ID :- 1311,

$I[\sin(\pi x)] = 1$ .

#### Option ID :- 1312,

Answer Giver.

## UNIT – 3

Assume that a particle of mass  $m$  is constrained to move on the hyperbola  $xy = b$  under gravity  $g$ , with  $b$  being a non-zero constant; here  $x$  is the horizontal direction and  $y$  is the vertical direction.

Which of the following is Lagrange's equation of motion?

मानें कि द्रव्यमान  $m$  का कोई कण अतिपरवलय  $xy = b$  पर गुरुत्व  $g$  के प्रभाव में गति कर रहा है, जहाँ  $b$  शून्येतर स्थिरांक है, तथा  $x$  क्षैतिज दिशा तथा  $y$  ऊर्ध्व दिशा है।

निम्न में से कौन सा लग्रांज की गति का समीकरण है?

**Options:-**

•  $m\ddot{x}\left(1 + \frac{b^2}{x^4}\right) - 2\frac{b^2m}{x^5}\dot{x}^2 - \frac{mgb}{x^2} = 0$

Option ID :- 1333,

•  $m\ddot{x}\left(1 + \frac{b^2}{x^2}\right) - 2\frac{b^2m}{x^5}\dot{x}^2 - \frac{mgb}{x^2} = 0$

Option ID :- 1334,

•  $m\ddot{x}\left(1 + \frac{b^2}{x^4}\right) - 2\frac{b^2m}{x^2}\dot{x}^2 - \frac{mgb}{x^2} = 0$

Option ID :- 1335,

•  $m\ddot{x}\left(1 + \frac{b^2}{x^5}\right) - 2\frac{b^2m}{x^2}\dot{x}^2 - \frac{mgb}{x^2} = 0$

Option ID :- 1336,

**Answer Given:- 1**

---

Question ID:- 333

## UNIT – 3

For any two continuous functions  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , define

$$f * g(t) = \int_0^t f(s)g(t-s) ds.$$

Which of the following is the value of  $f * g(t)$  when  $f(t) = \exp(-t)$  and  $g(t) = \sin(t)$ ?

किन्हीं दो सतत फलनों  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  के लिए परिभाषित करें

$$f * g(t) = \int_0^t f(s)g(t-s) ds$$

निम्न में से कौन सा  $f * g(t)$  का मान है जब

$$f(t) = \exp(-t) \text{ तथा } g(t) = \sin(t)?$$

**Options:-**

•  $\frac{1}{2}[\exp(-t) + \sin(t) - \cos(t)].$

Option ID :- 1329,

•  $\frac{1}{2}[-\exp(-t) + \sin(t) - \cos(t)].$

Option ID :- 1330,

•  $\frac{1}{2}[\exp(-t) - \sin(t) - \cos(t)].$

Option ID :- 1331,

•  $\frac{1}{2}[\exp(-t) + \sin(t) + \cos(t)].$

Option ID :- 1332

**Answer Given:-**

UNIT – 3

Let  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  be continuous and

$$\begin{aligned} f(t, x) < 0 &\quad \text{if } tx > 0, \\ f(t, x) > 0 &\quad \text{if } tx < 0. \end{aligned}$$

Consider the problem of solving the following:  
 $\dot{x} = f(t, x), \quad x(0) = 0$

Which of the following is true?

माने कि  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  सतत है तथा

$$\begin{aligned} f(t, x) < 0 &\quad \text{यदि } tx > 0, \\ f(t, x) > 0 &\quad \text{यदि } tx < 0. \end{aligned}$$

निम्न को हल करने की समस्या पर विचार कीजिए  
 $\dot{x} = f(t, x), \quad x(0) = 0$

निम्न में से कौन सा सत्य है ?

**Options:-**

- There exists a unique local solution.

इसका कोई अद्वितीय स्थानीय हल है , Option ID :- 1305,

- There exists a local solution but may not be unique.

इसका कोई स्थानीय हल है किंतु हो सकता है अद्वितीय न हो , Option ID :- 1306,

- There may not exist any solution.

हो सकता है इसका कोई हल न हो , Option ID :- 1307,

- If local solution exists then it is unique.

यह स्थानीय हल हो तो वह अद्वितीय ही होगा। , Option ID :- 1308,

**Answer Given:- Not Attempted**

UNIT – 3

Consider the second order PDE

$$au_{xx} + bu_{xy} + au_{yy} = 0 \quad \text{in } \mathbb{R}^2$$

for  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Which of the following is true?

$\mathbb{R}^2$  पर परिभाषित निम्न द्विघाती आंशिक अवकल समीकरण (PDE) पर विचार करें

$$au_{xx} + bu_{xy} + au_{yy} = 0,$$

जहाँ  $a, b \in \mathbb{R}$  है।

निम्न में से कौन सा सत्य है?

**Options:-**

- The PDE is hyperbolic for  $b \leq 2a$ .

यह  $b \leq 2a$  के लिए अतिपरवलयिक होगा ,

**Option ID :- 1317,**

- The PDE is parabolic for  $b \leq 2a$ .

यह  $b \leq 2a$  के लिए परवलयिक होगा ,

**Option ID :- 1318,**

- The PDE is elliptic for  $|b| < 2|a|$ .

यह  $|b| < 2|a|$  के लिए दीर्घवृत्तीय होगा

**Option ID :- 1319,**

- The PDE is hyperbolic for  $|b| < 2|a|$ .

यह  $|b| < 2|a|$  के लिए अति परवलयिक होगा

**Option ID :- 1320,**

**Question ID:- 329****UNIT – 3**

Let  $u(x, t)$  be a smooth solution to the wave equation

$$(*) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{for } (x, t) \in \mathbb{R}^2.$$

Which of the following is FALSE?

माने कि  $u(x, t)$  निम्न तरंग समीकरण का मसृण हल है

$$(*) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad (x, t) \in \mathbb{R}^2 \text{ के लिए।}$$

निम्न में से कोन सा असत्य है ?

**Options:-**

$u(x - \theta, t)$  also solves the wave equation (\*) for any fixed  $\theta \in \mathbb{R}$ .

$u(x - \theta, t)$  भी तरंग समीकरण (\*) को सभी नियत  $\theta \in \mathbb{R}$  के लिए हल कर देता है।

**Option ID :- 1313,**

$\frac{\partial u}{\partial x}$  also solves the wave equation (\*).

$\frac{\partial u}{\partial x}$  भी तरंग समीकरण (\*) को हल कर सकता है।

**Option ID :- 1314,**

$u(3x, 9t)$  also solves the wave equation (\*).

$u(3x, 9t)$  भी तरंग समीकरण (\*) को हल कर सकता है।

**Option ID :- 1315,**

$u(3x, 3t)$  also solves the wave equation (\*).

$u(3x, 3t)$  भी तरंग समीकरण (\*) को हल कर सकता है।

**Option ID :- 1316,**

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 332****UNIT – 3**

What is the extremal of the functional

$$J[y] = \int_{-1}^0 (12xy - (y')^2) dx$$

subject to  $y(0) = 0$  and  $y(-1) = 1$ ?

निम्न फलनक का चरम क्या है?

$$J[y] = \int_{-1}^0 (12xy - (y')^2) dx$$

बशर्ते  $y(0) = 0$  तथा  $y(-1) = 1$ ?

**Options:-**

$y = x^2$

**Option ID :- 1325,**

$$y = \frac{2x^2 + x^4}{3}$$

**Option ID :- 1326,**

$$y = -x^3$$

**Option ID :- 1327,**

$$y = \frac{x^2 + x^4}{2}$$

**Option ID :- 1328,**

**Answer ↗**

### Question ID:- 331

#### UNIT – 3

Let  $A$  be the following invertible matrix with real positive entries:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Let  $G$  be the associated Gauss-Seidel iteration matrix. What are the two eigenvalues of  $G$  ?

निम्नलिखित व्युक्तमणीय आव्यूह  $A$  जिसकी प्रविष्टियां वास्तविक व धनात्मक हैं, लीजीए

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

मानें कि  $G$  संबद्ध गाउस-सीडल पुनरावर्ती आव्यूह है।  $G$  के दो अभिलक्षणिक मान क्या हैं?

#### Options:-

- .0 and 4/ 3

0 तथा 4/ 3 , Option ID :- 1321,

- . 0 and -4/3

0 तथा -4/ 3 , Option ID :- 1322,

- . 0 and 16/9

0 तथा 16/ 9 , Option ID :- 1323,

- . 4/3 and -4/3

4/ 3 तथा -4/ 3 , Option ID :- 1324,

Answer Given:- Not Attempted

---

#### Subject : S1 B UNIT –4

### Question ID:- 345

#### UNIT – 4

If the incidence matrix of a design is  $N = aJ_{tb}$ , where  $a$  is a positive constant and  $J_{tb}$  is a  $t \times b$  matrix with every element equal to 1, then the design is:

किसी डिज़ाइन का इंसीडेंस आव्यूह  $N = aJ_{tb}$  है जहां  $a$  कोई धनात्मक स्थिरांक है तथा  $J_{tb}$  एक  $t \times b$  आव्यूह है जिसका हर अवयव 1 है। तब डिज़ाइन है

#### Options:-

- .Connected but not orthogonal

संबद्ध लेकिन लांबिक नहीं , Option ID :- 1377,

- . Orthogonal but not connected

लांबिक लेकिन संबद्ध नहीं , Option ID :- 1378,

- . Neither connected nor orthogonal

न संबद्ध, न लांबिक, Option ID :- 1379,

- . Both connected and orthogonal

संबद्ध तथा लांबिक दोनों , Option ID :- 1380,

Answer Given:- Not Attempted

## UNIT - 4

Suppose that  $X$  is a random variable such that  $P(X \in \{0,1,2\}) = 1$ . If for some constant  $c$ ,  $P(X = i) = cP(X = i - 1)$ ,  $i = 1,2$ , then  $E[X]$  is

माने कि  $X$  ऐसा यादचिक चर है कि  $P(X \in \{0,1,2\}) = 1$ . यदि किसी स्थिरांक  $c$  के लिए  $P(X = i) = cP(X = i - 1)$ ,  $i = 1,2$ , तब  $E[X]$  है

**Options:-**

- $\frac{1}{1+c+c^2}$ ,

**Option ID :- 1341,**

- $\frac{c+2c^2}{1+c+c^2}$ ,

**Option ID :- 1342,**

- $\frac{c+c^2}{1+2c}$ ,

**Option ID :- 1343,**

- $\frac{3c}{1+2c}$ ,

**Option ID :- 1344,****Answer Given:- Not Attempted****Question ID:- 341**

## UNIT - 4

Let  $X_1, \dots, X_n$  be a random sample from a discrete distribution with probability mass function

$$P(X_1 = 1) = \frac{2(1-\theta)}{2-\theta}, P(X_1 = 2) = \frac{\theta}{2-\theta}$$

where  $\theta \in (0,1)$  is unknown. Let  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ . Then, the method of moments estimator of  $\theta$  is

माने कि  $X_1, \dots, X_n$  किसी असतत बंटन का यादचिक प्रतिदर्श है, जिसके लिए प्रायिकता द्रव्यमान फलन है

$$P(X_1 = 1) = \frac{2(1-\theta)}{2-\theta}, P(X_1 = 2) = \frac{\theta}{2-\theta}$$

जबकि  $\theta \in (0,1)$  अज्ञात है। माने कि  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ . तब  $\theta$  के लिए आधूर्ण आकलन विधि का आकलक है

**Options:-**

- $\bar{X}$ ,

**Option ID :- 1361,**

- $2(1-\bar{X})$ ,

**Option ID :- 1362,**

- $2(1-\bar{X}^{-1})$ ,

**Option ID :- 1363,**

- $2(2-\bar{X})^{-1}$ ,

**Option ID :- 1364,****Answer Given:- Not Attempted****Question ID:- 339**

## UNIT - 4

Let  $X$  and  $Y$  be independent random variables with

$X \sim \text{Uniform}[0, \theta + 3]$ ,  $Y \sim \text{Uniform}[-\theta - 5, 0]$ , where  $\theta \geq -3$ . Then the maximum likelihood estimator of  $\theta$  based on  $(X, Y)$  is

माने कि  $X$  तथा  $Y$  स्वतंत्र यादचिक चर हैं जहाँ

$X \sim \text{Uniform}[0, \theta + 3]$ ,  $Y \sim \text{Uniform}[-\theta - 5, 0]$ , जबकि  $\theta \geq -3$  तब  $\theta$  का  $(X, Y)$  पर आधारित अधिकतम संभाविता आकलक है

**Options:-**

- $(5+Y, X-3)$ , Option ID :- 1353,

- $(-5-Y, X-3)$ , Option ID :- 1354,

- $(5+Y, X-3)$ , Option ID :- 1355,

- $(-5-Y, X-3)$ , Option ID :- 1356,

**Answer Given:- Not Attempted**

## UNIT - 4

Let  $X_1, \dots, X_n$  be a random sample from  $N(\theta, \theta)$  distribution, where  $N(\theta, \theta)$  denotes a normal distribution with mean  $\theta$  and variance  $\theta$ ; where  $\theta$  satisfies  $0 < \theta < \infty$  and is unknown. Then, the maximum likelihood estimate of  $\theta$

$X_1, \dots, X_n$  को  $N(\theta, \theta)$  बंटन में से यादचिक प्रतिदर्श माने जहाँ  $N(\theta, \theta)$  से आशय है प्रसामान्य बंटन जिसके लिए माध्य  $\theta$  है तथा प्रसरण  $\theta$ ;  $0 < \theta < \infty$  है, जो कि अज्ञात हो; तब  $\theta$  का अधिकतम संभाविता आकलक

## Options:-

• is  $\frac{-1-(1+\frac{4}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2)^{\frac{1}{2}}}{2}$

•  $\frac{-1-(1+\frac{4}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2)^{\frac{1}{2}}}{2}$  है

Option ID :- 1357,

• is  $\frac{-1+(1+\frac{4}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2)^{\frac{1}{2}}}{2}$

•  $\frac{-1+(1+\frac{4}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2)^{\frac{1}{2}}}{2}$  है

Option ID :- 1358,

• does not exist

अस्तित्व में नहीं है

Option ID :- 1359,

• is  $\max(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, 0)$

•  $\max(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, 0)$  है

Option ID :- 1360,

Answer Given:- Not Attempted

## Question ID:- 337

## UNIT - 4

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be independent and identically distributed random variables with probability density function

$$f(x) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & \text{if } x > \theta, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

If  $(X_{(1)} - \frac{1}{n} \log_e 10, X_{(1)})$  is a  $100\beta\%$  confidence interval of  $\theta$  where  $X_{(1)} = \min\{X_i: 1 \leq i \leq n\}$ , then the value of  $\beta$  is

माने कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  निम्न प्रायिकता बंटन फलन वाले स्वतंत्र तथा सर्वथा समानतः बंटित यादचिक चर हैं

$$f(x) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & \text{यदि } x > \theta, \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

यदि  $(X_{(1)} - \frac{1}{n} \log_e 10, X_{(1)})$  को  $\theta$  का  $100\beta\%$  विश्वास्यता अंतराल माने जहाँ  $X_{(1)} = \min\{X_i: 1 \leq i \leq n\}$ , तब  $\beta$  का मान है

## Options:-

• 0.95, Option ID :- 1345,

• 0.9, Option ID :- 1346,

• 0.975, Option ID :- 1347,

• 0.92, Option ID :- 1348,

Answer Given:- Not Attempted

**UNIT – 4**

Consider the following maximization problem:

$$\text{maximize: } x_1 + 3x_2$$

subject to the constraints  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$  and

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 8 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 9. \end{aligned}$$

Which of the following is the dual problem?

निम्न अधिकतमीकरण समस्या पर विचार करें

$x_1 + 3x_2$  का अधिकतमीकरण करें

इन प्रतिबंधों के साथ कि  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$  तथा

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 8 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 9. \end{aligned}$$

निम्न में से कौन सी द्वित समस्या है ?

**Options:-**

Minimize:  $6y_1 + 8y_2 + 9y_3$  subject to  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0,$   
 $y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 1, y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 3.$

न्यूनतमीकृत करें  $6y_1 + 8y_2 + 9y_3$  प्रतिबंध हैं कि  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0,$

$y_3 \geq 0, y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 1, y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 3.$

**Option ID :- 1381,**

Minimize:  $6y_1 + 8y_2 + 9y_3$  subject to  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0,$   
 $y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 3, y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 1.$

न्यूनतमीकृत करें  $6y_1 + 8y_2 + 9y_3$  प्रतिबंध हैं कि  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0,$   
 $y_3 \geq 0, y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 3, y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 1.$

**Option ID :- 1382,**

Minimize:  $6y_1 + 8y_2 + 9y_3$  subject to  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0,$   
 $y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 1, y_1 + y_2 + 2y_3 \leq 3.$

न्यूनतमीकृत करें  $6y_1 + 8y_2 + 9y_3$  प्रतिबंध हैं कि  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0,$

$y_3 \geq 0, y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 1, y_1 + y_2 + 2y_3 \leq 3.$

**Option ID :- 1383,**

Minimize:  $9y_1 + 8y_2 + 6y_3$  subject to  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0,$   
 $y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 1, y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 3.$

न्यूनतमीकृत करें  $9y_1 + 8y_2 + 6y_3$  प्रतिबंध हैं कि  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0,$   
 $y_3 \geq 0, y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 1, y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 3.$

**Option ID :- 1384,**

**Answer Given:- Not Attempted**

UNIT – 4

In a random experiment a fair coin is tossed once. Then, an unbiased six faced die is rolled  $N$  times, where

$$N = \begin{cases} 100, & \text{if Head appears} \\ 101, & \text{if Tail appears.} \end{cases}$$

Let  $Y$  denote the total number of times 6 appears out of  $N$ . Then

$P(\text{Head } | Y = 15)$  equals

किसी यादचिक प्रयोग में एक अनभिनत सिक्का एक बार उछाला जाता है। फिर एक अनभिनत षटफलकीय पासा  $N$  बार फेंका जाता है, जहाँ

$$N = \begin{cases} 100, & \text{यदि सिक्के पर Head आये} \\ 101, & \text{यदि सिक्के पर Tail आये} \end{cases}$$

यदि  $N$  प्रयासों में  $Y$  बार 6 आता हो तब  $P(\text{Head } | Y = 15)$  का मान है।

Options:-

$\frac{516}{1021}$ ,

Option ID :- 1337,

$\frac{505}{1021}$ ,

Option ID :- 1338,

$\frac{201}{1021}$ ,

Option ID :- 1339,

$\frac{1000}{1021}$ ,

Option ID :- 1340,

Answer Given:- Not Attempted

Question ID:- 344

UNIT – 4

Let  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{10}$  be independent and identically distributed bivariate

normal  $N_2(0, \Sigma)$  where  $\Sigma = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ . Let  $a = (2 \ 1)^T$  and  $A = \sum_{i=1}^{10} Y_i Y_i^T$ ,

then the distribution of  $\frac{5}{3}(a^T A^{-1} a)^{-1}$  is

मानें कि  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{10}$  स्वतंत्र तथा सर्वथा समानतः बंटित प्रसामान्य द्विचर  $N_2(0, \Sigma)$

हैं जहाँ  $\Sigma = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  है। मानें कि  $a = (2 \ 1)^T$  तथा  $A = \sum_{i=1}^{10} Y_i Y_i^T$  है,

तब  $\frac{5}{3}(a^T A^{-1} a)^{-1}$  का बंटन है

Options:-

• central chi-square with 8 degrees of freedom

8 स्वातंत्र्य कोटि वाला केंद्रीय काई वर्ग , Option ID :- 1373,

• not chi-square

काई-वर्ग नहीं , Option ID :- 1374,

• central chi-square with 9 degrees of freedom

9 स्वातंत्र्य कोटि वाला केंद्रीय काई – वर्ग , Option ID :- 1375,

• non-central chi-square

अकेंद्रीय काई-वर्ग , Option ID :- 1376,

Answer Given:- Not Attempted

## UNIT - 4

Suppose  $X \sim \text{Binomial}(10, \frac{1}{2})$ ,  $Y \sim \text{Binomial}(11, \frac{1}{2})$ , where  $X$  and  $Y$  are independent. Then,  $P(X < Y)$  is

माने कि  $X \sim \text{Binomial}(10, \frac{1}{2})$ ,  $Y \sim \text{Binomial}(11, \frac{1}{2})$ , जहाँ  $X$  तथा  $Y$  स्वतंत्र है। तब  $P(X < Y)$  है।

**Options:-**

- less than  $\frac{1}{2}$ .

- $\frac{1}{2}$  से कम

**Option ID :- 1349,**

- equal to  $\frac{1}{2}$ .

- $\frac{1}{2}$  के बराबर

**Option ID :- 1350,**

- greater than  $\frac{1}{2}$  but less than or equal to  $\frac{10}{11}$ .

- $\frac{1}{2}$  से अधिक लेकिन  $\frac{10}{11}$  से कम या उसके बराबर

**Option ID :- 1351,**

- greater than  $\frac{10}{11}$ .

- $\frac{10}{11}$  से अधिक

**Option ID :- 1352,**

**Answer Given:- Not Attempted**

## Question ID:- 343

## UNIT - 4

For a given bivariate data  $(y_i, x_i), i = 1, \dots, n$ , Analyst A fits  $Y$  on  $X$ , i.e.,  $\hat{Y}_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_i$ , while Analyst B fits  $X$  on  $Y$ , i.e.,  $\hat{X}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 y_i$ , using the ordinary least squares estimation method. Which of the following pairs is a possible value for  $(\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1)$ ?

दिए गए द्विचर औँकड़ों के लिए  $(y_i, x_i), i = 1, \dots, n$ , A नाम का विश्लेषक  $X$  पर  $Y$  को फिट करता है अर्थात्  $\hat{Y}_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_i$ , जबकि B नाम का विश्लेषक साथारण न्यूनतम वर्ग आकलन द्वारा  $Y$  पर  $X$  फिट करता है अर्थात्

$\hat{X}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 y_i$  निम्न युग्मों में से कौन सा  $(\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1)$  के संभव मान है?

**Options:-**

- (-0.5, 2.5), Option ID :- 1369,
- (0.5, 2.5) , Option ID :- 1370,
- (-2.0, 0.4), Option ID :- 1371,
- (-2.0, -0.4), Option ID :- 1372,

**Answer Given:- Not Attempted**

## Question ID:- 342

## UNIT - 4

Let  $X$  be a random variable with probability density function  $f(\cdot)$ . Then based on a single observation  $X$ , the most powerful test of size 0.2 for testing

$H_0: f(x) = \begin{cases} 4x^3, & \text{if } 0 < x < 1, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ , against  $H_1: f(x) = \begin{cases} 8x^7, & \text{if } 0 < x < 1, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$ ,

has power

माने कि  $X$  प्रायिकता घनत्व फलन  $f(\cdot)$  वाला यादाच्छिक चर है। तब

$H_0: f(x) = \begin{cases} 4x^3, & \text{यदि } 0 < x < 1, \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$ , बनाम  $H_1: f(x) = \begin{cases} 8x^7, & \text{यदि } 0 < x < 1, \\ 0, & \text{अन्यथा,} \end{cases}$ ,

का एक पर्यवेक्षण  $X$  के आधार पर परीक्षण हेतु 0.2 आमाप के सबसे शक्तिशाली परीक्षण की शक्ति है

**Options:-**

- 0.81, Option ID :- 1365,
- 0.89, Option ID :- 1366,
- 0.64, Option ID :- 1367,
- 0.36, Option ID :- 1368,

### Question ID:- 368

#### UNIT - 1

Consider the following assertions:

S1:  $e^{\cos(t)} \neq e^{2022\sin(t)}$  for all  $t \in (0, \pi)$ .

S2: For each  $x > 0$ , there exists a  $t \in (0, x)$  such that

$$x = \log_e(1 + xe^t).$$

S3:  $e^{|\sin(x)|} \leq e^{|x|}$  for all  $x \in (-1, 1)$ .

Which of the above assertions are correct?

निम्न निश्चयात्मक कथनों पर विचार करें

S1: सभी  $t \in (0, \pi)$  के लिए  $e^{\cos(t)} \neq e^{2022\sin(t)}$ .

S2: प्रत्येक  $x > 0$  के लिए, कोई  $t \in (0, x)$  इस प्रकार है कि  
 $x = \log_e(1 + xe^t)$ .

S3: सभी  $x \in (-1, 1)$  के लिए,  $e^{|\sin(x)|} \leq e^{|x|}$ .

उपरोक्त कथनों में से कौन से सत्य हैं?

#### Options:-

. Only S1.

केवल S1., Option ID :- 1469,

. Only S3.

केवल S3., Option ID :- 1470,

. Only S1 and S2.

केवल S1 तथा S2., Option ID :- 1471,

. Only S2 and S3.

केवल S2 तथा S3., Option ID :- 1472,

#### Answer Given:-

### Question ID:- 380

#### UNIT - 1

Let  $W$  be the space of  $\mathbb{C}$ -linear combinations of the following functions

$$\begin{aligned} f_1(z) &= \sin z, & f_2(z) &= \cos z, \\ f_3(z) &= \sin(2z), & f_4(z) &= \cos(2z). \end{aligned}$$

Let  $T$  be the linear operator on  $W$  given by complex differentiation.

Which of the following statements are true?

$W$  को निम्न फलनों के  $\mathbb{C}$ -रेखिक संचय की समष्टि मानें

$$\begin{aligned} f_1(z) &= \sin z, & f_2(z) &= \cos z, \\ f_3(z) &= \sin(2z), & f_4(z) &= \cos(2z). \end{aligned}$$

$T$  को  $W$  पर समिश्र अवकलन द्वारा दिया रेखिक संकारक मानें।

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं

#### Options:-

Dimension of  $W$  is 3.

•  $W$  की विमा 3 है।

Option ID :- 1517,

• The span of  $f_1$  and  $f_2$  is a Jordan block of  $T$ .

•  $f_1$  तथा  $f_2$  की विस्तृति  $T$  का जॉर्डन ब्लॉक है।

Option ID :- 1518,

•  $T$  has two Jordan blocks.

$T$  के दो जॉर्डन ब्लॉक हैं।

Option ID :- 1519,

•  $T$  has four Jordan blocks.

•  $T$  के चार जॉर्डन ब्लॉक हैं।

Option ID :- 1520,

### Question ID:- 367

#### UNIT – 1

Let  $\Omega = \bigcup_{i=1}^5 (i, i+1) \subset \mathbb{R}$  and  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  be a differentiable function such that  $f'(x) = 0$  for all  $x \in \Omega$  and let  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be any function.

Which of the following statements are true?

माने कि  $\Omega = \bigcup_{i=1}^5 (i, i+1) \subset \mathbb{R}$  तथा  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  एक ऐसा अवकलनीय फलन है, सभी  $x \in \Omega$  के लिए  $f'(x) = 0$  है। माने कि  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  कोई भी फलन है।

निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य हैं?

#### Options:-

- If  $g$  is continuous, then  $(g \circ f)(\Omega)$  is a compact set in  $\mathbb{R}$ .

यदि  $g$  सतत है, तब  $(g \circ f)(\Omega)$   $\mathbb{R}$  का एक संहत समुच्चय है।

#### Option ID :- 1465,

- If  $g$  is differentiable and  $g'(x) > 0$  for all  $x \in \mathbb{R}$ , then  $(g \circ f)(\Omega)$  has precisely 5 elements.

यदि  $g$  अवकलनीय है तथा सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए  $g'(x) > 0$  है, तब  $(g \circ f)(\Omega)$  के कुल 5 अवयव हैं।

#### Option ID :- 1466,

- If  $g$  is continuous and surjective, then  $(g \circ f)(\Omega) \cap \mathbb{Q} \neq \emptyset$ .

यदि  $g$  सतत तथा आच्छादी है, तब  $(g \circ f)(\Omega) \cap \mathbb{Q} \neq \emptyset$  है।

#### Option ID :- 1467,

- If  $g$  is differentiable, then  $\{e^x : x \in (g \circ f)(\Omega)\}$  does not contain any non-empty open interval.

यदि  $g$  अवकलनीय है, तब  $\{e^x : x \in (g \circ f)(\Omega)\}$  में कोई अरिकत विवृत अंतराल नहीं है।

#### Option ID :- 1468.

#### Answer Given:- '

### Question ID:- 379

#### UNIT – 1

Let  $V$  be the vector space of polynomials  $f(X, Y) \in \mathbb{R}[X, Y]$  with (total) degree less than 3. Let  $T: V \rightarrow V$  be the linear transformation given by  $\frac{\partial}{\partial X}$ .

Which of the following statements are true?

माने कि 3 से कम कोटि (कुल) वाले बहुपदों  $f(X, Y) \in \mathbb{R}[X, Y]$  की सदिश समाप्ति  $V$  है। माने कि  $T: V \rightarrow V$  वह रैखिक रूपांतरण है जो  $\frac{\partial}{\partial X}$  से परिभाषित है

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

#### Options:-

- The nullity of  $T$  is at least 3.

$T$  की शून्यता कम से कम 3 है।, Option ID :- 1513,

- The rank of  $T$  is at least 4.

$T$  की कोटि (rank) कम से कम 4 है।, Option ID :- 1514,

- The rank of  $T$  is at least 3.

$T$  की कोटि (rank) कम से कम 3 है।, Option ID :- 1515,

- $T$  is invertible.

$T$  व्यत्क्रमाग्नीय है।, Option ID :- 1516,

A

**Question ID:- 377****UNIT – 1**

For a positive integer  $n \geq 2$ , let  $A$  be an  $n \times n$  matrix with entries in  $\mathbb{R}$  such that  $A^{n^2}$  has rank zero. Let  $0_n$  denote the  $n \times n$  matrix with all entries equal to 0.

Which of the following statements are equivalent to the statement that  $A$  has  $n$  linearly independent eigenvectors?

धनात्मक पूर्णांक  $n \geq 2$  के लिए  $\mathbb{R}$  में प्रविष्टियों वाला एक  $n \times n$  आव्यूह  $A$  इस प्रकार है कि  $A^{n^2}$  की कोटि (रैंक) 0 है।

निम्न वक्तव्यों में से कौन से इस वक्तव्य के समतुल्य हैं कि  $A$  के  $n$  रैखिकतः स्वतंत्र अभिलक्षणिक सदिश हैं?

**Options:-**

- $A^n = 0_n$ ,

**Option ID :- 1505,**

- $A^{n^2} = 0_n$ ,

**Option ID :- 1506,**

- $A = 0_n$ ,

**Option ID :- 1507,**

- $A^2 = 0_n$ ,

**Option ID :- 1508**

**Answer Given:-****Question ID:- 371****UNIT – 1**

Let  $[x]$  denote the integer part of  $x$  for any real number  $x$ . Which of the following sets have non-zero Lebesgue measure?

मानें कि  $[x]$  किसी भी वास्तविक संख्या  $x$  के पूर्णांक वाले अंश को निरूपित करता है। निम्न में से कौन से समुच्चयों का लेबेग माप शून्येतर है?

**Options:-**

- $\{x \in [1, \infty) : \lim_{n \rightarrow \infty} [x]^n \text{ exists}\}$

- $\{x \in [1, \infty) : \lim_{n \rightarrow \infty} [x]^n \text{ अस्तित्व में है}\}$

**Option ID :- 1481,**

- $\{x \in [1, \infty) : \lim_{n \rightarrow \infty} [x^n] \text{ exists}\}$

- $\{x \in [1, \infty) : \lim_{n \rightarrow \infty} [x^n] \text{ अस्तित्व में है}\}$

**Option ID :- 1482,**

- $\{x \in [1, \infty) : \lim_{n \rightarrow \infty} n[x]^n \text{ exists}\}$

- $\{x \in [1, \infty) : \lim_{n \rightarrow \infty} n[x]^n \text{ अस्तित्व में है}\}$

**Option ID :- 1483,**

- $\{x \in [1, \infty) : \lim_{n \rightarrow \infty} [1 - x]^n \text{ exists}\}$

- $\{x \in [1, \infty) : \lim_{n \rightarrow \infty} [1 - x]^n \text{ अस्तित्व में है}\}$

**Option ID :- 1484**

**Answer Given:**

### Question ID:- 374

#### UNIT – 1

Let  $(X, d)$  be a finite non-singleton metric space. Which of the following statements are true?

मानें कि  $(X, d)$  कोई परिमित एकलेतर (non-singleton) दूरीक समष्टि है। निम्न में से कौन से वक्तव्य सच हैं?

#### Options:-

- There exists  $A \subseteq X$  such that  $A$  is not open in  $X$ .

ऐसा कोई  $A \subseteq X$  है कि  $X$  में  $A$  विवृत नहीं है।

Option ID :- 1493,

- $X$  is compact.

$X$  संहत है।

Option ID :- 1494,

- $X$  is not connected.

$X$  संबद्ध नहीं है।

Option ID :- 1495,

- There exists a function  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  such that  $f$  is not continuous.

ऐसा कोई फलन  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  है कि  $f$  संतत नहीं है।

Option ID :- 1496,

Answer Given:- N

### Question ID:- 381

#### UNIT – 1

Let  $\mathcal{P}_n$  be the vector space of real polynomials with degree at most  $n$ .

Let  $\langle , \rangle$  be an inner product on  $\mathcal{P}_n$  with respect to which

$\{1, x, \frac{1}{2!}x^2, \dots, \frac{1}{n!}x^n\}$  is an orthonormal basis of  $\mathcal{P}_n$ . Let  $f = \sum_i \alpha_i x^i, g = \sum_i \beta_i x^i \in \mathcal{P}_n$ . Which of the following statements are true?

मानें कि  $\mathcal{P}_n$  अधिकतक  $n$  कोटि वाले वास्तविक बहुपदों की सदिश समष्टि है।  $\langle , \rangle$  को  $\mathcal{P}_n$  पर आंतर गुणनफल मानें जिसके सापेक्ष  $\{1, x, \frac{1}{2!}x^2, \dots, \frac{1}{n!}x^n\}$   $\mathcal{P}_n$  का प्रसामान्य लांबिक आधार है। मानें कि  $f = \sum_i \alpha_i x^i, g = \sum_i \beta_i x^i \in \mathcal{P}_n$ . निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

#### Options:-

- $\langle f, g \rangle = \sum_i (i!) \alpha_i \beta_i$  defines one such inner product, but there is another such inner product.

$\langle f, g \rangle = \sum_i (i!) \alpha_i \beta_i$  एक ऐसे आंतर गुणनफल को परिभाषित करता है लेकिन ऐसे और भी आंतर गुणनफल हैं।

Option ID :- 1521,

- $\langle f, g \rangle = \sum_i (i!) \alpha_i \beta_i$

Option ID :- 1522,

- $\langle f, g \rangle = \sum_i (i!)^2 \alpha_i \beta_i$  defines one such inner product, but there is another such inner product.

$\langle f, g \rangle = \sum_i (i!)^2 \alpha_i \beta_i$  एक ऐसे आंतर गुणनफल को परिभाषित करता है लेकिन ऐसे और भी आंतर गुणनफल हैं।

Option ID :- 1523,

- $\langle f, g \rangle = \sum_i (i!)^2 \alpha_i \beta_i$

Option ID :- 1524,

**UNIT - 1**

Let  $U$  and  $V$  be the subspaces of  $\mathbb{R}^3$  defined by

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 3y + 4z = 0 \right\},$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 5z = 0 \right\}.$$

Which of the following statements are true?

मानें कि  $U$  तथा  $V$ ,  $\mathbb{R}^3$  की निम्नवत् परिभाषित उपसमॅटियां हैं

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 3y + 4z = 0 \right\},$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 5z = 0 \right\}.$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं ?

**Options:-**

There exists an invertible linear transformation  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  such that

- $T(U) = V$ .

एक व्युक्तमणीय रेखिक रूपांतरण  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  है जिसके लिए

$T(U) = V$  है।

**Option ID :- 1509,**

There does not exist any invertible linear transformation  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

such that  $T(V) = U$ .

ऐसा कोई व्युक्तमणीय रेखिक रूपांतरण  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  नहीं है जिसके लिए

$T(V) = U$  है।

**Option ID :- 1510,**

There exists a linear transformation  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  such that

$T(U) \cap V \neq \{0\}$  and the characteristic polynomial of  $T$  is not the product of linear polynomials with real coefficients.

ऐसा कोई रेखिक रूपांतरण  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  है कि  $T(U) \cap V \neq \{0\}$  तथा  $T$  का अभिलक्षणिक बहुपद वास्तविक गुणांकों वाले रेखिक बहुपदों का गुणनफल नहीं है।

**Option ID :- 1511,**

There exists a linear transformation  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  such that  $T(U) = V$

and the characteristic polynomial of  $T$  vanishes at 1.

ऐसा कोई रेखिक रूपांतरण  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  है जिसके लिए  $T(U) = V$  है तथा बिन्दु 1 पर  $T$  का अभिलक्षणिक बहुपद शून्य हो जाता है।

**Option ID :- 1512.**

## Question ID:- 366

### UNIT - 1

What is the largest positive real number  $\delta$  such that whenever

$|x - y| < \delta$ , we have  $|\cos x - \cos y| < \sqrt{2}$ ?

ऐसी महत्तम धनात्मक वास्तविक संख्या  $\delta$  कौन सी है कि जब भी

$|x - y| < \delta$  होता है, तब  $|\cos x - \cos y| < \sqrt{2}$  होता है?

#### Options:-

- $\sqrt{2}$ ,

Option ID :- 1461,

- $3/2$ ,

Option ID :- 1462,

- $\pi/2$ ,

Option ID :- 1463,

- $2$ ,

Option ID :- 1464,

Answer Given:- Not Attempted

## Question ID:- 375

### UNIT - 1

Let  $A$  be an  $n \times n$  matrix with entries in  $\mathbb{R}$  such that  $A$  and  $A^2$  are of the same rank. Consider the linear transformation  $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  defined by  $T(v) = Av$  for all  $v \in \mathbb{R}^n$ . Which of the following statements are true?

माने कि  $\mathbb{R}$  में प्रविष्टियों वाला कोई  $n \times n$  आव्यूह  $A$  इस प्रकार है कि  $A$  तथा  $A^2$  एक ही कोटि (rank) के हैं। रेखिक रूपांतरण  $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  पर विचार करें जो कि  $T(v) = Av$  द्वारा सभी  $v \in \mathbb{R}^n$  के लिए परिभाषित है।

निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य है ?

#### Options:-

The kernels of  $T$  and  $T \circ T$  are the same.

- $T$  एवं  $T \circ T$  की अष्टियाँ (kernels) बराबर हैं।

Option ID :- 1497,

The kernels of  $T$  and  $T \circ T$  are of equal dimension.

- $T$  एवं  $T \circ T$  की अष्टियाँ बराबर विमाओं की हैं।

Option ID :- 1498,

- $A$  must be invertible.

$A$  व्युक्तमणीय है।

Option ID :- 1499,

- $I_n + A$  must be invertible, where  $I_n$  denotes the  $n \times n$  identity matrix.

$I_n + A$  व्युक्तमणीय, जहाँ  $I_n$   $n \times n$  तत्समक आव्यूह को निरूपित करता है।

Option ID :- 1500

-

**Question ID:- 369****UNIT – 1**

Let  $a, b \in \mathbb{R}$  such that  $a < b$ , and let  $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  be a continuous function. Which of the following statements are true?

मानें कि  $a, b \in \mathbb{R}$  तथा  $a < b$  है। यदि  $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  एक सतत फलन है, तो निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य हैं?

**Options:-**

- If  $f$  is uniformly continuous then there exist  $\alpha \geq 0$  and  $\beta \geq 0$  satisfying  $|f(x) - f(y)| \leq \alpha|x - y| + \beta$ , for all  $x, y$  in  $(a, b)$ .

- यदि  $f$  एक-समानतः सतत फलन है तब ऐसे  $\alpha \geq 0$  तथा  $\beta \geq 0$  विद्यमान हैं जो  $(a, b)$  में  $x, y$  के सभी मानों के लिए  $|f(x) - f(y)| \leq \alpha|x - y| + \beta$ , को संतुष्ट करते हैं।

**Option ID :- 1473,**

- For every  $c, d$  such that  $[c, d] \subseteq (a, b)$ , if  $f$  restricted to  $[c, d]$  is uniformly continuous then  $f$  is uniformly continuous.

- यदि प्रत्येक  $c, d$  जिसके लिए  $[c, d] \subseteq (a, b)$  है, फलन  $f$  का  $[c, d]$  पर प्रतिबंध एक-समानतः सतत है, तो  $f$  एक-समानतः सतत है।

**Option ID :- 1474,**

- If  $f$  is strictly increasing and bounded then  $f$  is uniformly continuous.

- यदि  $f$  सर्वदा वर्धमान तथा परिषट्ठ है तब  $f$  एक-समानतः सतत है।

**Option ID :- 1475,**

- If  $f$  is uniformly continuous then it maps Cauchy sequences into convergent sequences.

- यदि  $f$  एक-समानतः सतत है तब यह कौशी अनुक्रमों को अभिसारी अनुक्रमों में प्रतिचिह्नित करता है।

**Option ID :- 1476,**

- If  $f$  is strictly increasing and bounded then  $f$  is uniformly continuous.

**Question ID:- 373****UNIT – 1**

Consider the function  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  defined by

$$f(x, y) = \begin{cases} (x - y)^2 \sin \frac{1}{x - y} & \text{if } x \neq y \\ 0 & \text{if } x = y. \end{cases}$$

Which of the following statements are true?

निम्नवत परिभाषित फलन  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  पर विचार कीजिए

$$f(x, y) = \begin{cases} (x - y)^2 \sin \frac{1}{x - y} & \text{यदि } x \neq y \\ 0 & \text{यदि } x = y. \end{cases}$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य है ?

**Options:-**

- $f$  is continuous at  $(0,0)$ .

बिंदु  $(0,0)$  पर  $f$  सतत है।

**Option ID :- 1489,**

- The partial derivative  $f_x$  does not exist at  $(0,0)$ .

बिंदु  $(0,0)$  पर आंशिक अवकलज परिभाषित नहीं है।

**Option ID :- 1490,**

- The partial derivative  $f_x$  is continuous at  $(0,0)$ .

आंशिक अवकलज  $f_x$  बिंदु  $(0,0)$  पर सतत है।

**Option ID :- 1491,**

- $f$  is differentiable at  $(0,0)$ .

बिंदु  $(0,0)$  पर  $f$  अवकलनीय है।

**Option ID :- 1492.**

**Question ID:- 382****UNIT – 1**

On the complex vector space  $\mathbb{C}^{100}$  with standard basis  $\{e_1, e_2, \dots, e_{100}\}$ , consider the bilinear form  $B(x, y) = \sum_i x_i y_i$ , where  $x_i$  and  $y_i$  are the coefficients of  $e_i$  in  $x$  and  $y$  respectively. Which of the following statements are true?

मानक आधार  $\{e_1, e_2, \dots, e_{100}\}$  वाली सम्मिश्र सदिश समष्टि  $\mathbb{C}^{100}$  पर द्विएकघातीय रूप  $B(x, y) = \sum_i x_i y_i$ , पर विचार करें, जबकि  $x_i$  तथा  $y_i$  क्रमशः  $x$  तथा  $y$  के गुणाक  $e_i$  हैं। निम्नलिखित में कौन सा कथन सत्य है?

**Options:-**

- $B$  is nondegenerate.

$B$  अनपभ्रष्ट है ,

**Option ID :- 1525,**

- Restriction of  $B$  to all nonzero subspaces is nondegenerate.

सभी शून्येतर उपसमष्टियों पर  $B$  के प्रतिबंध अनपभ्रष्ट हैं। ,

**Option ID :- 1526,**

- There is a 51 dimensional subspace  $W$  of  $\mathbb{C}^{100}$  such that the restriction  $B: W \times W \rightarrow \mathbb{C}$  is the zero map.

$\mathbb{C}^{100}$  की एक 51 – विमीय उपसमष्टि  $W$  इस प्रकार से है कि प्रतिबंध  $B: W \times W \rightarrow \mathbb{C}$  शून्य प्रतिचित्र है।

**Option ID :- 1527,**

- There is a 49 dimensional subspace  $W$  of  $\mathbb{C}^{100}$  such that the restriction  $B: W \times W \rightarrow \mathbb{C}$  is the zero map.

$\mathbb{C}^{100}$  की एक 49-विमीय उपसमष्टि  $W$  इस प्रकार से है कि प्रतिबंध  $B: W \times W \rightarrow \mathbb{C}$  शून्य प्रतिचित्र है।

**Option ID :- 1528**

**Answer Given:- ।**

**Question ID:- 365****UNIT – 1**

Which of the given sequences  $(a_n)$  satisfy the following identity?

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = -\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$$

दिए गए अनुक्रमों  $(a_n)$  में से कौन सी निम्न को संतुष्ट करती है ?

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = -\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$$

**Options:-**

- $a_n = 1/n$  for all  $n$

$a_n = 1/n$  सभी  $n$  के लिए

**Option ID :- 1457,**

- $a_n = (-1)^n(1 + 1/n)$  for all  $n$

$a_n = (-1)^n(1 + 1/n)$  सभी  $n$  के लिए

**Option ID :- 1458,**

- $a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n}$  for all  $n$

$a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n}$  सभी  $n$  के लिए

**Option ID :- 1459,**

- $(a_n)$  is an enumeration of all rational numbers in  $(-1, 1)$

अनुक्रम  $(a_n)$  जो कि  $(-1, 1)$  की सभी परिमेय संख्याओं का एकेकगणन है

**Option ID :- 1460,**

## Question ID:- 370

### UNIT - 1

For  $\alpha \geq 0$ , define

$$a_n = \frac{1 + 2^\alpha + \dots + n^\alpha}{n^{\alpha+1}}.$$

What is the value of  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ?

$\alpha \geq 0$  के लिए निम्नवत् परिभाषित करें

$$a_n = \frac{1 + 2^\alpha + \dots + n^\alpha}{n^{\alpha+1}}.$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  का मान क्या है?

#### Options:-

- The limit does not exist.

इस सीमा का अस्तित्व नहीं है।, Option ID :- 1477,

- $\frac{1}{\alpha^2+1}$ , Option ID :- 1478,
- $\frac{1}{\alpha+1}$ , Option ID :- 1479,
- $\frac{1}{\alpha^2+\alpha+1}$ , Option ID :- 1480.

#### Answer Given:

## Question ID:- 372

### UNIT - 1

Consider the function  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  defined by

$$f(x, y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Which of the following statements are true?

निम्नवत् परिभाषित फलन  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  पर विचार करें

$$f(x, y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

#### Options:-

- The directional derivative of  $f$  exists at  $(0,0)$  in some direction

$f$  का बिंदु  $(0,0)$  पर किसी दिशा में दिक्-अवकलज परिभाषित है।

#### Option ID :- 1485,

- The partial derivative  $f_x$  does not exist at  $(0,0)$

आंशिक अवकलज  $f_x, (0,0)$  पर परिभाषित नहीं है।

#### Option ID :- 1486,

- $f$  is continuous at  $(0,0)$

बिंदु  $(0,0)$  पर  $f$  सतत है।

#### Option ID :- 1487,

- $f$  is not differentiable at  $(0,0)$

बिंदु  $(0,0)$  पर  $f$  अवकलनीय नहीं है।

#### Option ID :- 1488,

## Question ID:- 376

### UNIT - 1

For a positive integer  $n \geq 2$ , let  $M_n(\mathbb{R})$  denote the vector space of  $n \times n$  matrices with entries in  $\mathbb{R}$ . Which of the following statements are true?

किसी धनात्मक पूर्णांक  $n \geq 2$  के लिए मानें कि  $\mathbb{R}$  में प्रविष्टियों वाले  $n \times n$  आव्यूहों की सदिश-समष्टि को  $M_n(\mathbb{R})$  से निरूपित किया जाता है।

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं ?

#### Options:-

The vector space  $M_n(\mathbb{R})$  can be expressed as the union of a finite collection of its proper subspaces.

सदिश समष्टि  $M_n(\mathbb{R})$  को इसकी उचित उपसमष्टियों के परिमित संचय के सम्मिलन के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

#### Option ID :- 1501,

Let  $A$  be an element of  $M_n(\mathbb{R})$ . Then, for any real number  $x$  and  $\varepsilon > 0$ , there exists a real number  $y \in (x - \varepsilon, x + \varepsilon)$  such that

$$\det(yI + A) \neq 0.$$

$A$  को  $M_n(\mathbb{R})$  का एक अवयव मानें। तब, किसी भी वास्तविक संख्या  $x$  तथा  $\varepsilon > 0$  के लिए कोई वास्तविक संख्या  $y \in (x - \varepsilon, x + \varepsilon)$  इस प्रकार है कि

$$\det(yI + A) \neq 0.$$

#### Option ID :- 1502,

Suppose  $A$  and  $B$  are two elements of  $M_n(\mathbb{R})$  such that their characteristic polynomials are equal. If  $A = C^2$  for some  $C \in M_n(\mathbb{R})$ , then  $B = D^2$  for some  $D \in M_n(\mathbb{R})$ .

मानें कि  $A$  तथा  $B$  इस प्रकार से  $M_n(\mathbb{R})$  के दो अवयव हैं कि उनके अभिलक्षणिक बहुपद बराबर हैं। यदि किसी  $C \in M_n(\mathbb{R})$  के लिए  $A = C^2$  हो तब किसी  $D \in M_n(\mathbb{R})$  के लिए  $B = D^2$  होगा।

#### Option ID :- 1503,

For any subspace  $W$  of  $M_n(\mathbb{R})$ , there exists a linear transformation  $T: M_n(\mathbb{R}) \rightarrow M_n(\mathbb{R})$  with  $W$  as its image.

$M_n(\mathbb{R})$  की सभी उपसमष्टि के  $W$  के लिए ऐसा कोई रैखिक रूपांतरण  $T: M_n(\mathbb{R}) \rightarrow M_n(\mathbb{R})$  है जिसका प्रतिबिंब  $W$  है।

#### Option ID :- 1504,

## Question ID:- 387

### UNIT – 2

Let  $a, b$  be positive integers with  $a > b$  and  $a + b = 24$ . Suppose that the following congruences have a common integer solution:

$$2x \equiv 3a \pmod{5}, \quad x \equiv 4b \pmod{5}.$$

Which of the following statements are true?

माने कि  $a, b$  धनात्मक पूर्णांक हैं जहाँ  $a > b$  तथा  $a + b = 24$  है। माने कि निम्न सर्वांग समताओं का उभयनिष्ठ पूर्णांक हल है :

$$2x \equiv 3a \pmod{5}, \quad x \equiv 4b \pmod{5}.$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं ?

#### Options:-

- $10 \leq a - b \leq 20$ ,

**Option ID :- 1545,**

- $3b > a > 2b$ ,

**Option ID :- 1546,**

- $a > 3b$ .

**Option ID :- 1547,**

- $a - b$  is divisible by 5.

5 से  $a - b$  भाज्य है ।

**Option ID :- 1548,**

**Answer Given:-**  $a - b$  is divisible by 5.

5 से  $a - b$  भाज्य है ।

## Question ID:- 388

### UNIT – 2

Consider the function  $f(n) = n^5 - 2n^3 + n$ , where  $n$  is a positive integer.

Which of the following statements are true?

फलन  $f(n) = n^5 - 2n^3 + n$  जहाँ  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है, लीजिए

निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य हैं ?

#### Options:-

For every positive integer  $k$ , there exists a positive integer  $n$  such that  
•  $f(n)$  is divisible by  $2^k$ .

हर धनात्मक पूर्णांक  $k$  के लिए कोई धनात्मक पूर्णांक  $n$  इस प्रकार है कि  $2^k$  से  $f(n)$  भाज्य है।

**Option ID :- 1549,**

•  $f(n)$  is even for every integer  $n \geq 20$ .

हर पूर्णांक  $n \geq 20$  के लिए  $f(n)$  सम है।

**Option ID :- 1550,**

• For every integer  $n \geq 20$ , either  $f(n)$  is odd or  $f(n)$  is divisible by 4.

हर पूर्णांक  $n \geq 20$  के लिए  $f(n)$  या तो विषम है या 4 से भाज्य है।

**Option ID :- 1551,**

• For every odd integer  $n \geq 21$ ,  $f(n)$  is divisible by 64.

हर विषम पूर्णांक  $n \geq 21$  के लिए  $f(n)$  64 से भाज्य है।

**Option ID :- 1552,**

### Question ID:- 396

#### UNIT – 2

Let  $A = \mathbb{Z}[X]/(X^2 + X + 1, X^3 + 2X^2 + 2X + 6)$ .

Which of the following statements are true?

माने कि  $A = \mathbb{Z}[X]/(X^2 + X + 1, X^3 + 2X^2 + 2X + 6)$ .

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं ?

#### Options:-

• A is an integral domain.

A एक पूर्णकीय प्रांत है | , Option ID :- 1581,

• A is a finite ring.

A एक परिसीमित वलय है | , Option ID :- 1582,

• A is a field.

A एक क्षेत्र (field) है | , Option ID :- 1583,

• A is a product of two rings.

A दो वलयों का गुणनफल है | . Option ID :- 1584,

•

### Question ID:- 395

#### UNIT – 2

Which of the following statements are necessarily true regarding a group G of order 2022?

निम्न वक्तव्यों में से कौन से कोटि (order) 2022 के समूह G के लिए अनिवार्यतः सत्य हैं?

#### Options:-

Let  $g$  be an element of odd order in  $G$  and  $s_g$  the permutation of  $G$  given by  $s_g(x) = gx$  for  $x \in G$ . Then  $s_g$  is an even permutation.

• माने कि  $G$  में  $g$  एक विषम कोटि का अवयव है तथा  $G$  का एक सम क्रमचय  $s_g$  है जिसे  $s_g(x) = gx$ ,  $x \in G$  से परिभाषित करते हैं। तब  $s_g$  एक सम क्रमचय है।

Option ID :- 1577,

The set  $H = \{g \in G \mid \text{order}(g) \text{ is odd}\}$  is a normal subgroup of  $G$ .

समुच्चय  $H = \{g \in G \mid \text{कोटि}(\text{order})(g) \text{ विषम है}\}$  समूह  $G$  का प्रसामान्य उपसमूह है।

Option ID :- 1578,

$G$  has a normal subgroup of index 337.

•  $G$  के लिए सूचक (index) 337 का एक प्रसामान्य उपसमूह है।

Option ID :- 1579,

$G$  has only 2 normal subgroups.

•  $G$  के केवल दो प्रसामान्य उपसमूह हैं।

Option ID :- 1580,

Let  $a$  be an element of odd order in  $G$  and the permutation of  $G$

## UNIT - 2

For a bounded open connected subset  $\Omega$  of  $\mathbb{C}$ , let  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$  be holomorphic. Let  $(z_k)$  be a sequence of distinct complex numbers in  $\Omega$  converging to  $z_0$ . If  $f(z_k) = 0$  for all  $k \geq 1$  then which of the following statements are necessarily true?

$\mathbb{C}$  के परिबद्ध विवृत संबद्ध उपसमुच्चय  $\Omega$  के लिए  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$  को होलोमोर्फिक मानें। मानें कि  $(z_k)$  पारस्परिक भिन्न सम्मिश्र संख्याओं का अनुक्रम है जो  $z_0$  में अपसरित होता है। यदि सभी  $k \geq 1$  के लिए  $f(z_k) = 0$  हो तब निम्न वक्तव्यों में से कौन से अनिवार्यतः सत्य है?

**Options:-**

- If  $f$  is nonzero, then  $z_0 \in \partial\Omega$ .

यदि  $f$  शून्येतर है, तब  $z_0 \in \partial\Omega$ .

**Option ID :- 1529,**

There exists  $r > 0$  such that  $f(z) = 0$  for every  $z \in \Omega$  satisfying

- $|z - z_0| \leq r$ .

ऐसा  $r > 0$  इस प्रकार है कि  $|z - z_0| \leq r$  को संतुष्ट करने वाले प्रत्येक  $z \in \Omega$  के लिए  $f(z) = 0$  है।

**Option ID :- 1530,**

- If  $z_0 \in \Omega$ , there exists  $r > 0$  such that  $f(z) = 0$  on  $|z - z_0| = r$ .

यदि  $z_0 \in \Omega$  है तो एक  $r > 0$  इस प्रकार होगा कि  $|z - z_0| = r$  पर  $f(z) = 0$  है।

**Option ID :- 1531,**

- $z_0 \in \partial\Omega$ .

**Option ID :- 1532.**

**Answer Give... ..**

**Question ID:- 385**

## UNIT - 2

Let  $f$  be an entire function such that  $f(z)^2 + f'(z)^2 = 1$ . Consider the following sets

$$X = \{z: f'(z) = 0\}, \quad Y = \{z: f''(z) + f(z) = 0\}.$$

Which of the following statements are true?

एक ऐसा सवत्रैशलिक फलन  $f$  लीजिए जिसके लिए  $f(z)^2 + f'(z)^2 = 1$  है। निम्न समुच्चयों पर विचार करें

$$X = \{z: f'(z) = 0\}, \quad Y = \{z: f''(z) + f(z) = 0\}.$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

**Options:-**

- Either  $X$  or  $Y$  has a limit point.

या तो  $X$  या  $Y$  का कोई सीमा बिंदु है।

**Option ID :- 1537,**

- If  $Y$  has a limit point, then  $f'$  is constant.

यदि  $Y$  का कोई सीमा बिंदु है, तब  $f'$  का मान अचर है।

**Option ID :- 1538,**

- If  $X$  has a limit point, then  $f$  is constant.

यदि  $X$  का कोई सीमा बिंदु है तब  $f$  का मान अचर है।

**Option ID :- 1539,**

- $f(z) \in \{1, -1\}$  for all  $z \in \mathbb{C}$ .

सभी  $z \in \mathbb{C}$  के लिए  $f(z) \in \{1, -1\}$ .

**Option ID :- 1540,**

**Answer Given::**

### Question ID:- 386

#### UNIT – 2

Let  $U$  be a bounded open set of  $\mathbb{C}$  containing 0. Let  $f: U \rightarrow U$  be holomorphic with  $f(0) = 0$ . For  $n \in \mathbb{N}$ , let  $f^n$  denote the composition of  $f$  done  $n$  times, that is,

$$f^n = \underbrace{f \circ \cdots \circ f}_{n \text{ times}}$$

while  $f'$  denotes the derivative of  $f$ .

Which of the following statements are true?

एक ऐसा परिबद्ध विशुल समुच्चय  $U$  लीजीए जो  $0 \in \mathbb{C}$  को सन्त्रिहित करता है। मानें कि  $f(0) = 0$  के साथ  $f: U \rightarrow U$  होलोमोर्फिक है। मानें कि  $n \in \mathbb{N}$  के लिए  $n$  बार संयोजन करने पर  $f^n$  पर प्राप्त होता है अर्थात्

$$f^n = \underbrace{f \circ \cdots \circ f}_{n \text{ बार}}$$

जबकि  $f'$  यहाँ पर  $f$  का अवकल है।

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

#### Options:-

- $(f^n)'(0) = (f'(0))^n$

Option ID :- 1541,

- $f^n(U) \subset U$

Option ID :- 1542,

- The sequence  $((f'(0))^n)_n$  is bounded

- अनुक्रम  $((f'(0))^n)_n$  परिबद्ध है।

Option ID :- 1543,

- $|f'(0)| \leq 1$

Option ID :- 1544

Answer Given:-

### Question ID:- 398

#### UNIT – 2

Let  $X \subset \mathbb{R}^5$  be given the subspace topology. Which of the following statements are correct?

$X \subset \mathbb{R}^5$  पर उपसमृष्टि सास्तिथि मानते हुए बताएं कि निम्न वक्तव्यों में से कौन से सही हैं?

#### Options:-

- If  $X$  is finite, then every function  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  is continuous.

- यदि  $X$  परिसीमित है, तब हर फलन  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  सतत है।

Option ID :- 1589,

- If every function  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  is continuous, then  $X$  is finite.

- यदि हर फलन  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  सतत है, तब  $X$  परिसीमित है।

Option ID :- 1590,

- If  $X$  is compact and infinite, then  $X$  is uncountable.

- यदि  $X$  संहत तथा अनंत है, तब  $X$  अगणनीय है।

Option ID :- 1591,

- If  $X$  is connected and has at least two elements, then  $X$  is uncountable.

- यदि  $X$  संबद्ध है, तथा उसके कम से कम 2 अवयव हैं, तब  $X$  अगणनीय है।

Option ID :- 1592,

Answer Given:-

## Question ID:- 397

### UNIT – 2

Let  $p$  be a prime number and let  $\overline{\mathbb{F}_p}$  denote an algebraic closure of the field  $\mathbb{F}_p$ . We define

$$\mathcal{S} = \{F \subseteq \overline{\mathbb{F}_p} \mid [F : \mathbb{F}_p] < \infty\}.$$

Which of the following statements are true?

माने कि  $p$  एक अभाज्य संख्या है तथा माने कि क्षेत्र  $\mathbb{F}_p$  का बीजीय संवरक  $\overline{\mathbb{F}_p}$  है। हम परिभाषित करते हैं

$$\mathcal{S} = \{F \subseteq \overline{\mathbb{F}_p} \mid [F : \mathbb{F}_p] < \infty\}.$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं ?

#### Options:-

- $\mathcal{S}$  is an uncountable set.

$\mathcal{S}$  एक अगणीय समुच्चय है

Option ID :- 1585,

- $\mathcal{S}$  is a countable set.

$\mathcal{S}$  एक गणीय समुच्चय है

Option ID :- 1586,

For every positive integer  $n > 1$ , there exists a unique field  $F \in \mathcal{S}$  such that  $[F : \mathbb{F}_p] = n$ .

हर धनात्मक पूर्णांक  $n > 1$  के लिए एक अद्वितीय क्षेत्र  $F \in \mathcal{S}$  इस प्रकार है

कि  $[F : \mathbb{F}_p] = n$ .

Option ID :- 1587,

- Given any two fields  $F_1, F_2 \in \mathcal{S}$ , either  $F_1 \subseteq F_2$  or  $F_2 \subseteq F_1$ .

किन्हीं भी दो क्षेत्रों  $F_1, F_2 \in \mathcal{S}$  के लिए, या तो  $F_1 \subseteq F_2$  या  $F_2 \subseteq F_1$

Option ID :- 1588.

---

## Question ID:- 389

### UNIT – 2

Which of the following are class equations for a finite group?

निम्न में कौन सी परिमित समूह के लिए वर्ग समीकरण (class equations) हैं?

#### Options:-

- $1+3+3+3+3+13+13=39$  , Option ID :- 1553,
- $1+1+2+2+2+2+2=14$  , Option ID :- 1554,
- $1+3+3+7+7=21$  , Option ID :- 1555,
- $1+1+1+2+5+5=15$  , Option ID :- 1556.

Answer Givr

## UNIT - 2

For an open subset  $\Omega$  of  $\mathbb{C}$  such that  $0 \in \Omega$ , which of the following statements are true?

$\mathbb{C}$  के विविक्त उपसमुच्चय  $\Omega$  जिसके लिए  $0 \in \Omega$  हो,  
निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य है?

## Options:-

- $\{e^z : z \in \Omega\}$  is an open subset of  $\mathbb{C}$ .

$\{e^z : z \in \Omega\} \subset \mathbb{C}$  का विवृत उपसमुच्चय है।

Option ID :- 1533,

- $\{|e^z| : z \in \Omega\}$  is an open subset of  $\mathbb{R}$ .

$\{|e^z| : z \in \Omega\} \subset \mathbb{R}$  का विवृत उपसमुच्चय है।

Option ID :- 1534,

- $\{\sin z : z \in \Omega\}$  is an open subset of  $\mathbb{C}$ .

$\{\sin z : z \in \Omega\} \subset \mathbb{C}$  का विवृत उपसमुच्चय है।

Option ID :- 1535,

- $\{|\sin z| : z \in \Omega\}$  is an open subset of  $\mathbb{R}$ .

$\{|\sin z| : z \in \Omega\} \subset \mathbb{R}$  का विवृत उपसमुच्चय है।

Option ID :- 1536,

Answer Given:- Not Attempted

## UNIT - 2

Let  $\mathbb{R}$  denote the set of real numbers with euclidean topology. Let  $\mathbb{R}_l$  denote the space of real numbers with lower limit topology. Recall that a basis of open sets for  $\mathbb{R}_l$  is given by intervals of the form  $[a, b)$  for all real numbers  $a, b$ .

Which of the following statements are correct?

माने कि  $\mathbb{R}$  जिस पर यूक्लिडीय सांस्थिति है वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। माने कि  $\mathbb{R}_l$  निम्न सीमा सांस्थिति वाली वास्तविक संख्याओं की समष्टि को निरूपित करता है। स्मरण रखें कि सभी वास्तविक संख्याओं  $a, b$  के लिए  $\mathbb{R}_l$  के विवृत समुच्चयों का आधार समुच्चयों  $[a, b)$  के द्वारा दिया जाता है।

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सही हैं?

## Options:-

- If  $X$  is a nonempty connected subspace of  $\mathbb{R}_l$ , then  $X$  contains only one element.

यदि  $X \subset \mathbb{R}_l$  की अरिक्त संबद्ध उपसमष्टि हो, तो  $X$  में केवल एक अवयव है।

Option ID :- 1593,

- $\mathbb{R}_l$  contains a countable dense subset.

$\mathbb{R}_l$  में एक गणनीय संघन उपसमुच्चय है।

Option ID :- 1594,

- Any open cover of  $\mathbb{R}$  has a countable subcover.

$\mathbb{R}$  के किसी भी विवृत आवरक का एक गणनीय उपावरण है।

Option ID :- 1595,

- Any countable open cover of  $\mathbb{R}$  has a finite subcover.

$\mathbb{R}$  के किसी भी गणनीय विवृत आवरक का कोई परिसीमित उपावरण है।

Option ID :- 1596,

Answer Given:- Not Attempted

**UNIT – 3**

Let  $P_1 = (x_1, y_1)$  and  $P_2 = (x_2, y_2)$  be two points on the  $xy$ -plane with  $x_1$  different from  $x_2$  and  $y_1 > y_2$ .

Consider a curve  $C = \{z : z(x_1) = P_1, z(x_2) = P_2\}$ . Suppose that a particle is sliding down along the curve  $C$  from the point  $P_1$  to  $P_2$  under the influence of gravity. Let  $T$  be the time taken to reach point  $P_2$  and  $g$  denote the gravitational constant.

Which of the following statements are true?

मानें कि  $P_1 = (x_1, y_1)$  तथा  $P_2 = (x_2, y_2)$  बिंदु  $xy$  तल में दो बिंदु हैं जहाँ  $x_1$  तथा  $x_2$  भिन्न हैं तथा  $y_1 > y_2$  है।

एक वक्र  $C = \{z : z(x_1) = P_1, z(x_2) = P_2\}$  पर विचार करें। मानें कि एक कण वक्र  $C$  पर बिंदु  $P_1$  से  $P_2$  तक गुरुत्व के प्रभाव में फिसल रहा है। मानें कि बिंदु  $P_2$  तक पहुंचने में उसे  $T$  समय लगता है तथा  $g$  गुरुत्वीय स्थिरांक है।

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

**Options:-**

$$T = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{1+(z'(x))^2}{2gz(x)}} dx$$

• Option ID :- 1689,

$$T = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{1+(z'(x))^2}}{2gz(x)} dx$$

• Option ID :- 1690,

•  $T$  is minimized when  $C$  is a straight line.

• जब  $C$  सरल रेखा है, तब  $T$  न्यूनतम है।

• Option ID :- 1691,

• The minimizer of  $T$  cannot be a straight line.

•  $T$  का न्यूनतमकारक सरल रेखा नहीं हो सकता है।

• Option ID :- 1692,

• Answer Given:- Not Attempted

**Question ID:- 417****UNIT - 3**

Consider  $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  and  $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ . Define a sequence of numbers  $F_n$  as follows:

$$F_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} \quad \text{for } n = 1, 2, \dots$$

Let  $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be a polynomial of degree at most 2 such that

$$p(1) = F_1, \quad p(3) = F_3, \quad p(5) = F_5.$$

Which of the following statements are TRUE?

माने कि  $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  तथा  $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ . संख्याओं की श्रेणी  $F_n$  को निम्नवत् परिभाषित करें:

$$F_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} \quad n = 1, 2, \dots \text{ के लिए}$$

माने कि  $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  इस प्रकार से अधिकतम कोटि 2 का बहुपद है कि

$$p(1) = F_1, \quad p(3) = F_3, \quad p(5) = F_5.$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

**Options:-**

- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  for  $n \geq 3$

$n \geq 3$  के लिए  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

Option ID :- 1665,

- $p(7) = 13$

Option ID :- 1666,

- $F_n = F_{n-1} + 2F_{n-2}$  for  $n \geq 5$

$n \geq 5$  के लिए  $F_n = F_{n-1} + 2F_{n-2}$

Option ID :- 1667,

- $p(7) = 10$

Option ID :- 1668

**Answer Given:-**

**Question ID:- 415****UNIT - 3**

Let  $u$  be a solution of the following PDE

$$\begin{aligned} u_x + xu_y &= 0, \\ u(x, 0) &= e^x. \end{aligned}$$

Which of the following statements are true?

माने कि  $u$  निम्न PDE का हल है।

$$\begin{aligned} u_x + xu_y &= 0, \\ u(x, 0) &= e^x. \end{aligned}$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

**Options:-**

- $u(2, 1) = e^2$ .

Option ID :- 1657,

- $u(1, 1/2) = 1$ .

Option ID :- 1658,

- $u(-2, 1) = e^{-\sqrt{2}}$ .

Option ID :- 1659,

- $u(-2, 1) = e^{\sqrt{2}}$ .

Option ID :- 1660,

**Answer Given:-** No

**Question ID:- 416****UNIT - 3**

Let  $u: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  satisfy  $\Delta u = 0$ . Define  $v(x) = u(Mx)$ , where  $M$  is the  $3 \times 3$  matrix

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Which of the following statements are necessarily true?

माने कि  $u: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\Delta u = 0$  को संतुष्ट करता है।  $v(x) = u(Mx)$ , परिभाषित करें जहाँ  $M$  एक  $3 \times 3$  आव्यूह है

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से अनिवार्यतः सत्य हैं ?

**Options:-**

- $\Delta v = 0$ ,

**Option ID :- 1661,**

- $\Delta v = v$ ,

**Option ID :- 1662,**

- $\operatorname{div}(M^t M \nabla v) = 0$ ,

**Option ID :- 1663,**

- $\operatorname{div}(M^t M \nabla v) = v$ ,

**Option ID :- 1664,**

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 419****UNIT - 3**

Let  $X = \{u \in C^1[0,1] : u(0) = u(1) = 0\}$ . Let  $I: X \rightarrow \mathbb{R}$  be defined as

$$I(u) = \int_0^1 e^{-u'(t)^2} dt, \text{ for all } u \in X.$$

Let  $M = \sup_{f \in X} I[f]$  and  $m = \inf_{f \in X} I[f]$ .

Which of the following statements are true?

माने कि  $X = \{u \in C^1[0,1] : u(0) = u(1) = 0\}$ . माने कि  $I: X \rightarrow \mathbb{R}$  को निम्नवत् परिभाषित करते हैं

$$I(u) = \int_0^1 e^{-u'(t)^2} dt, \text{ सभी } u \in X \text{ के लिए}$$

माने कि  $M = \sup_{f \in X} I[f]$  तथा  $m = \inf_{f \in X} I[f]$ .

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं ?

**Options:-**

- $M = 1, m = 0$ ,

**Option ID :- 1673,**

- $1 = M > m > 0$ ,

**Option ID :- 1674,**

- $M$  is attained.

- $M$  प्राप्य है।

**Option ID :- 1675,**

- $m$  is attained.

$m$  प्राप्य है।

**Option ID :- 1676,**

**Answer Given:- Not Attempted**

UNIT – 3

Let  $g$  be the solution of the Volterra type integral equation

$$g(s) = 1 + \int_0^s (s-t)g(t) dt; \quad \text{for all } s \geq 0.$$

What are the possible values of  $g(1)$ ?

माने कि  $g$  वोल्टेरा प्रकार के निम्नलिखित समाकल समीकरण का हल है

$$g(s) = 1 + \int_0^s (s-t)g(t) dt; \quad \text{सभी } s \geq 0 \text{ के लिए।}$$

$g(1)$  के संभव मान क्या हैं ?

Options:-

- $2e$ ,

Option ID :- 1685,

$$e - \frac{1}{e},$$

- ,

Option ID :- 1686,

$$e + \frac{1}{e},$$

- ,

Option ID :- 1687,

$$\frac{2}{e},$$

- ,

Option ID :- 1688,

Answer Given:- Not Attempted

Question ID:- 418

UNIT – 3

Consider the ODE  $\dot{x} = f(t, x)$  in  $\mathbb{R}$ , for a smooth function  $f$ .

Consider a general second order Runge-Kutta formula of the form

$$x(t+h) = x(t) + w_1 hf(t, x) + w_2 hf(t + \alpha h, x + \beta hf) + O(h^3).$$

Which of the following choices of  $(w_1, w_2, \alpha, \beta)$  are correct?

$\mathbb{R}$  में एक सामान्य अवकलन समीकरण (ODE)  $\dot{x} = f(t, x)$  लीजिए, जहाँ  $f$  एक मसृण फलन है। निम्न रूप के सामान्य द्वितीय कोटि के रूगे-कृटा सूत्र पर विचार करें।

$$x(t+h) = x(t) + w_1 hf(t, x) + w_2 hf(t + \alpha h, x + \beta hf) + O(h^3).$$

निम्न विकल्पों में से कौन सा चयन  $(w_1, w_2, \alpha, \beta)$  के लिए सही है?

Options:-

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 1\right)$$

- ,

Option ID :- 1669,

$$\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1\right)$$

- ,

Option ID :- 1670,

$$\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

- ,

Option ID :- 1671,

$$(0, 1, 1, 1)$$

- ,

Option ID :- 1672,

Answer Given:- Not Attempted

## Question ID:- 414

### UNIT – 3

Consider the two following initial value problems:

$$(I) \quad y'(x) = y^{\frac{1}{2}}; \quad (II) \quad y'(x) = -y^{\frac{1}{2}};$$
$$y(0) = 0. \quad \quad \quad y(0) = 0.$$

Which of the following statements are true?

निम्न दो प्रारंभिक मान समस्याओं पर विचार करें:

$$(I) \quad y'(x) = y^{\frac{1}{2}}; \quad (II) \quad y'(x) = -y^{\frac{1}{2}};$$
$$y(0) = 0. \quad \quad \quad y(0) = 0.$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

#### Options:-

- I is uniquely solvable.

I अद्वितीयतः साधनीय है। , Option ID :- 1653,

- II is uniquely solvable.

II अद्वितीयतः साधनीय है। , Option ID :- 1654,

- I has multiple solutions.

I के बहुत से हल हैं। , Option ID :- 1655,

- II has multiple solutions.

II के बहुत से हल हैं। , Option ID :- 1656,

**Answer Given:-**

**Question ID:- 413**

**UNIT – 3**

Consider the linear system  $y' = Ay + h$  where

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \text{ and } h = \begin{pmatrix} 3t+1 \\ 2t+5 \end{pmatrix}.$$

Suppose  $y(t)$  is a solution such that

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{y(t)}{t} = d \in \mathbb{R}^2.$$

What is the value of  $d$ ?

रैखिक तत्र  $y' = Ay + h$  पर विचार करें जहाँ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \text{ तथा } h = \begin{pmatrix} 3t+1 \\ 2t+5 \end{pmatrix} \text{ है।}$$

मानें कि  $y(t)$  ऐसा हल है जिसके लिए

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{y(t)}{t} = d \in \mathbb{R}^2.$$

$d$  का मान क्या है ?

**Options:-**

$$\begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ \frac{3}{3} \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

• Option ID :- 1649,

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{3}{3} \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

• Option ID :- 1650,

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{3}{3} \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

• Option ID :- 1651,

$$\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{3}{3} \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

• Option ID :- 1652,

**Answer Given:-**

**Question ID:- 412****UNIT – 3**

Let  $A \in M_3(\mathbb{R})$  be skew-symmetric and let  $x: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3$  be a solution of

$$x'(t) = A x(t), \text{ for all } t \in (0, \infty).$$

Which of the following statements are true?

मानें कि  $A \in M_3(\mathbb{R})$  विषम सममित आव्यूह है तथा  $x: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3$  निम्न का हल है :

$$x'(t) = A x(t), \text{ सभी } t \in (0, \infty) \text{ के लिए।}$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं ?

**Options:-**

- $\|x(t)\| = \|x(0)\|$ , for all  $t \in (0, \infty)$ .

सभी  $t \in (0, \infty)$  के लिए  $\|x(t)\| = \|x(0)\|$ ,

**Option ID :- 1645,**

For some  $a \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ ,  $\|x(t) - a\| = \|x(0) - a\|$ , for all  $t \in (0, \infty)$ .

- कुछ  $a \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$  के लिए,  $\|x(t) - a\| = \|x(0) - a\|$  सभी  $t \in (0, \infty)$  के लिए।

**Option ID :- 1646,**

$x(t) - x(0) \in \text{im}A$ , for all  $t \in (0, \infty)$ .

- सभी  $t \in (0, \infty)$  के लिए  $x(t) - x(0) \in \text{im}A$ ,

**Option ID :- 1647,**

- $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$  exists.

$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$  का अस्तित्व है

**Option ID :- 1648,****Answer Given:-**

**UNIT - 3**

If  $y(t)$  is a stationary function of

$$\mathcal{J}[y] = \int_{-1}^1 (1 - x^2)(y')^2 dx, \quad y(-1) = 1, y(1) = 1$$

subject to

$$\int_{-1}^1 y^2 = 1.$$

Which of the following statements are true?

यदि  $y(t)$  निम्न का स्थिर फलन है

$$\mathcal{J}[y] = \int_{-1}^1 (1 - x^2)(y')^2 dx, \quad y(-1) = 1, y(1) = 1$$

इस प्रतिबंध के साथ है कि

$$\int_{-1}^1 y^2 = 1.$$

निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य हैं?

**Options:-**

- $y$  is unique.  
 $y$  अद्वितीय है।
- Option ID :- 1677,  
 $y$  is always a polynomial of even order.  
 $y$  सदा सम कोटि का बहुपद है।

**Option ID :- 1678,**

- $y$  is always a polynomial of odd order.  
 $y$  सदा विषम कोटि का बहुपद है।

**Option ID :- 1679,**

- No such  $y$  exists.  
ऐसा कोई  $y$  नहीं है।

**Option ID :- 1680,**

**Answer Given:- Not Attempted**

## UNIT – 3

Consider the following system of integral equations

$$\begin{aligned}\varphi_1(x) &= \sin x + \int_0^x \varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) &= 1 - \cos x - \int_0^x \varphi_1(t) dt.\end{aligned}$$

Which of the following statements are true?

समाकलन समीकरणों के निम्न तंत्र पर विचार करें

$$\begin{aligned}\varphi_1(x) &= \sin x + \int_0^x \varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) &= 1 - \cos x - \int_0^x \varphi_1(t) dt.\end{aligned}$$

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य है ?

**Options:-**

- $\varphi_1$  vanishes at atmost countably many points.

$\varphi_1$  अधिक से अधिक गणनीय बिंदुओं पर शून्य हो जाता है।

**Option ID :- 1681,**

- $\varphi_1$  vanishes at uncountably many points.

$\varphi_1$  अगणनीय बिंदुओं पर शून्य हो जाता है।

**Option ID :- 1682,**

- $\varphi_2$  vanishes at atmost countably many points.

$\varphi_2$  अधिक से अधिक गणनीय बिंदुओं पर शून्य हो जाता है।

**Option ID :- 1683,**

- $\varphi_2$  vanishes at uncountably many points.

$\varphi_2$  अगणनीय बिंदुओं पर शून्य हो जाता है।

**Option ID :- 1684,**

**Answer Given:- Not Attempted**

**Subject : S1 C UNIT – 4****Question ID:- 453**

## UNIT – 4

Suppose  $X_1, \dots, X_n$  are independent and identically distributed random variables from the Normal distribution with mean  $\theta$  and known variance  $\sigma^2$ . If the prior distribution of  $\theta$  is Normal with mean  $\mu$  and variance  $\tau^2$ , then which of the following statements are correct?

माने कि  $X_1, \dots, X_n$  प्रसामान्य बंटन में से स्वतंत्र तथा सर्वथा समानतः बिंदित यादचिक चर हैं जिनके लिए माध्य  $\theta$  तथा ज्ञात प्रसरण  $\sigma^2$  है। यदि  $\theta$  का पूर्व बंटन प्रसामान्य है जबकि माध्य  $\mu$  तथा प्रसरण  $\tau^2$  है तब निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

**Options:-**

- With respect to the squared error loss function, Bayes estimator is the mean of the posterior distribution.

वर्गित त्रुटि हानि फलन के सापेक्ष, बेज़ आकलक, उत्तर प्रायिकता बंटन का माध्य है।, Option ID :- 1809,

- With respect to the squared error loss function, Bayes estimator is the median of the posterior distribution.

वर्गित त्रुटि हानि फलन के सापेक्ष, बेज़ आकलक, उत्तर प्रायिकता बंटन की माध्यिका है।, Option ID :- 1810,

- With respect to the absolute error loss function, Bayes estimator is the median of the posterior distribution.

निरपेक्ष त्रुटि हानि फलन के सापेक्ष, बेज़ आकलक, उत्तर प्रायिकता बंटन की माध्यिका है।, Option ID :- 1811,

- With respect to the absolute error loss function, Bayes estimator is the mean of the posterior distribution.

निरपेक्ष त्रुटि हानि फलन के सापेक्ष, बेज़ आकलक, उत्तर प्रायिकता बंटन का माध्य है।, Option ID :- 1812,

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 459**

Consider the hierarchical single linkage agglomerative clustering algorithm for three points  $X=(1,0)$ ,  $Y=(0,2)$ ,  $Z=(3,3)$ , and the squared Euclidean distance matrix. The clustering algorithm starts with three clusters. Then which of the following statements are correct.

तीन बिंदुओं  $X=(1,0)$ ,  $Y=(0,2)$ ,  $Z=(3,3)$  तथा वर्गित यूक्लिडीय दूरी आव्यूह के लिए पदोच्चता-निर्भर, एकल-बंध संचयिक गुच्छन कलन विधि पर विचारें। गुच्छन कलन विधि तीन गुच्छों से आरंभ होती है। तब निम्न कथनों में से कौन से सही हैं

**Options:-**

- At the first step, after combining two nearest clusters, the single linkage distance between the two newly formed clusters is 10.

प्रथम चरण में, दो समीपतम गुच्छों को मिलाने के बाद, नये बने दो गुच्छों के बीच एक-बंध-दूरी 10 है।, Option ID :- 1833,

- At the first step,  $X$  and  $Y$  are merged to form a new cluster.

प्रथम चरण में, नया गुच्छ बनाने के लिए  $X$  तथा  $Y$  मिल जाते हैं।, Option ID :- 1834,

- At the first step, after combining two nearest clusters, the single linkage distance between the two newly formed clusters is 13.

प्रथम चरण में, दो समीपतम गुच्छों को मिलाने के बाद, नये बने दो गुच्छों के बीच एक-बंध-दूरी 13 है।, Option ID :- 1835,

- At the first step,  $X$  and  $Z$  are merged to form a new cluster.

प्रथम चरण में नया गुच्छ बनाने के लिए,  $X$  तथा  $Z$  मिल जाते हैं, Option ID :- 1836,

**Answer Given:- Not Attempted****Question ID:- 455****UNIT – 4**

Let  $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \sim N_3 \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho & 0 \\ \rho & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$ , where  $|\rho| < 1$ . Which of the

following are TRUE?

मानें कि  $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \sim N_3 \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho & 0 \\ \rho & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$ , जहाँ  $|\rho| < 1$ . निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

**Options:-**

$\text{Cor}(X^2, Y^2) = \rho^2$ .

- ,

Option ID :- 1817,

$\text{Cor}(X^2, Y) = 0$ .

- ,

Option ID :- 1818,

$\text{Cor}(X^2, Z^2) = 0$ .

- ,

Option ID :- 1819,

$\text{Cor}(X^2, Y^2 + Z^2) = \rho^2$ .

- ,

Option ID :- 1820,

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 454****UNIT - 4**

Consider the multiple linear regression model

$Y_i = \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} + \epsilon_i$ , with  $E(\epsilon_i) = 0$ ,  $Cov(\epsilon_i, \epsilon_k) = 0$ , if  $i \neq k$  and  $Var(\epsilon_i) = \sigma^2$ , for  $i, k = 1, \dots, n$ .

If  $\hat{y}_i$  is the least squares fit of  $y_i$  and  $\hat{\epsilon}_i$  is the corresponding estimated residual for  $i = 1, \dots, n$ , then which of the following statements are always correct?

निम्न रेखिक बहुसमाश्रयण मॉडल पर विचार करे

$Y_i = \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} + \epsilon_i$  एवं साथ में  $E(\epsilon_i) = 0$ ,  $Cov(\epsilon_i, \epsilon_k) = 0$ ,

यदि  $i \neq k$  तथा  $Var(\epsilon_i) = \sigma^2$ ,  $i, k = 1, \dots, n$ . के लिए ।

यदि  $y_i$  का निम्नतम वर्ग फिट  $\hat{y}_i$  है तथा  $i = 1, \dots, n$  के लिए, संगत आकलित अवशिष्ट  $\epsilon_i$  है. तब निम्न कथनों में से कौन सदैव सही है?

**Options:-**

$\sum_i \epsilon_i = 0$  and  $\sum_i \hat{y}_i \hat{\epsilon}_i = 0$ .

$\sum_i \epsilon_i = 0$  तथा  $\sum_i \hat{y}_i \hat{\epsilon}_i = 0$ .

**Option ID :- 1813,**

$\sum_i x_{ij} \hat{\epsilon}_i = 0$ ; for all  $j = 1, \dots, p$ .

सभी  $j = 1, \dots, p$  के लिए  $\sum_i x_{ij} \hat{\epsilon}_i = 0$ .

**Option ID :- 1814,**

$\sum_i \hat{\epsilon}_i = 0$  and  $\sum_i x_{ij} \hat{\epsilon}_i = 0$ ; for all  $j = 1, \dots, p$ .

सभी  $j = 1, \dots, p$  के लिए  $\sum_i \hat{\epsilon}_i = 0$  तथा  $\sum_i x_{ij} \hat{\epsilon}_i = 0$ .

**Option ID :- 1815,**

$\sum_i \hat{y}_i \hat{\epsilon}_i = 0$ .

**Option ID :- 1816,**

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 445****UNIT - 4**

Let  $X$  be a random variable whose distribution is symmetric about  $-2$ . Which of the following are true?

मानें कि  $X$  एक यादचिक चर है जिसका बंटन  $-2$  के सापेक्ष सममित है। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

**Options:-**

If  $X$  is discrete and  $P(X = -2) = \frac{2}{3}$ , then  $P(X > -2) = 1/6$ .

यदि  $X$  असतत है तथा  $P(X = -2) = \frac{2}{3}$  है, तब  $P(X > -2) = 1/6$

**Option ID :- 1777,**

If  $X$  is discrete and  $P(X = -2) = \frac{1}{2}$ , then  $P(X > -2) = 1/2$ .

यदि  $X$  असतत हो तथा  $P(X = -2) = \frac{1}{2}$  है, तब  $P(X > -2) = 1/2$

**Option ID :- 1778,**

If  $X$  is absolutely continuous, then  $P(X > -2) = 0$ .

यदि  $X$  निरपेक्षतः सतत है, तब  $P(X > -2) = 0$

**Option ID :- 1779,**

If  $X$  is absolutely continuous, then  $P(X > -2) = 1/2$ .

यदि  $X$  निरपेक्षतः सतत है, तब  $P(X > -2) = 1/2$

**Option ID :- 1780,**

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 448****UNIT – 4**

Let  $\{X_i: i \geq 1\}$  be a sequence of independent and identically distributed Bernoulli random variables with  $\mathbb{P}(X_1 = 1) = p \in (0,1)$ . Which of the following sequences of estimators are consistent for  $p$  as  $n \rightarrow \infty$ ?

माने कि  $\{X_i: i \geq 1\}$  स्वतंत्र तथा सर्वथा समानतः बैटिट बर्नूली यादच्छिक चर हैं जहाँ  $\mathbb{P}(X_1 = 1) = p \in (0,1)$ . आकलको के निम्न अनुक्रमों में से कौन सा  $p$  के लिए संगत है, जबकि  $n \rightarrow \infty$ ?

**Options:-**

- $\left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i : n \geq 1 \right\}$

• Option ID :- 1789,

- $\left\{ 0.5(X_n + X_{n+1}) : n \geq 1 \right\}$

• Option ID :- 1790,

- $\left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^t : n \geq 1 \right\}$

• Option ID :- 1791,

- $\left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i-1} X_{2i} : n \geq 1 \right\}$

• Option ID :- 1792,

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 456****UNIT – 4**

If the hazard function of a lifetime random variable  $X$  is given by

$$r(x) = \frac{2x}{1+x^2}, x \in (0, \infty),$$

indicate the correct options.

यदि जीवन काल यादच्छिक चर  $X$  के लिए संकट फलन (hazard function) को निम्न से प्रकट करते हैं

$$r(x) = \frac{2x}{1+x^2}, x \in (0, \infty),$$

तो सही विकल्प छांटिए।

**Options:-**

• Survival function of the random variable  $X$  is  $S(x) = \frac{1}{1+x^2}, x \in (0, \infty)$ .

• यादच्छिक चर  $X$  का अतिजीविता फलन है  $S(x) = \frac{1}{1+x^2}, x \in (0, \infty)$ .

• Option ID :- 1821,

• Survival function of the random variable  $X$  is  $S(x) = \frac{x^2}{1+x^2}, x \in (0, \infty)$ .

• यादच्छिक चर  $X$  का अतिजीविता फलन है  $S(x) = \frac{x^2}{1+x^2}, x \in (0, \infty)$ .

• Option ID :- 1822,

• Survival function of the random variable  $X$  cannot be determined from the given information.

दी गई जानकारी से यादच्छिक चर  $X$  का अतिजीविता फलन निश्चित करना संभव नहीं है।, Option ID :- 1823,

• The survival function, density function and distribution function can be determined from the given information.

दी गई जानकारी से अतिजीविता फलन, घनत्व फलन तथा बंटन फलन निश्चित किए जा सकते हैं।, Option ID :- 1824,

**Answer Given:- Not Attempted**

**UNIT - 4**

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be independent and identically distributed normal random variables with mean  $\mu$  and variance  $\sigma^2$ . Suppose  $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$  is the maximum likelihood estimator of  $(\mu, \sigma^2)$ . Which of the following statements are correct?

$X_1, X_2, \dots, X_n$  को माध्य  $\mu$  तथा प्रसरण  $\sigma^2$  वाले स्वतंत्र तथा सर्वथा समानतः बंटित प्रसामान्य यादच्छिक चर लीजिए।  $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$  को  $(\mu, \sigma^2)$  का अधिकतम संभाविता आकलक मानें। निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

**Options:-**

- $\frac{(n-1)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$  is a chi-square random variable with  $(n - 1)$  degrees of freedom.

- 

- $\frac{(n-1)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$  एक कार्ड-वर्ग यादच्छिक चर है जिसकी  $(n - 1)$  स्वातंत्र्य कोटियाँ हैं।

**Option ID :- 1801,**

- $\hat{\sigma}^2$  is an unbiased estimator of  $\sigma^2$ .

- 

- $\hat{\sigma}^2$  है  $\sigma^2$  का अनभिनत आकलक।

**Option ID :- 1802,**

- $\bullet$  Variance of  $\hat{\sigma}^2$  tends to 0 as  $n \rightarrow \infty$ .

- जैसे  $n \rightarrow \infty$ ,  $\hat{\sigma}^2$  का प्रसरण 0 की ओर प्रवृत्त होता है।

**Option ID :- 1803,**

- $\frac{n^2\hat{\sigma}^4}{(n-1)(n+1)}$  is an unbiased estimator of  $\sigma^4$ .

- 

- $\frac{n^2\hat{\sigma}^4}{(n-1)(n+1)}$  है  $\sigma^4$  का एक अनभिनत आकलक।

**Option ID :- 1804,**

**Answer Given:- Not Attempted**

UNIT - 4

Let  $X_1, \dots, X_{10}$  be a random sample of size 10 from a continuous distribution with probability density function

$$f_\theta(x) = \begin{cases} e^{(\theta-x)}, & x \geq \theta \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$\theta \in \mathcal{R}$  is unknown.

Consider the problem of testing the null hypothesis  $H_0: \theta \leq 3$  against the alternate hypothesis  $H_1: \theta > 3$ , based on  $X_1, \dots, X_{10}$ . Let  $L(\theta)$  denote the likelihood function and  $x_{(1)} = \min(x_1, \dots, x_{10})$ .

Which of the following statements are correct?

माने कि  $X_1, \dots, X_{10}$  निम्न प्रायिकता घनत्व फलन वाले सतत बंटन में से याद्यक्षिक प्रतिदर्श है जिसका साईज 10 है

$$f_\theta(x) = \begin{cases} e^{(\theta-x)}, & x \geq \theta \\ 0, & \text{अन्यथा.} \end{cases}$$

यहाँ  $\theta \in \mathcal{R}$  अज्ञात है।

$X_1, \dots, X_{10}$  पर आधारित वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: \theta > 3$  के विरुद्ध निराकरणीय परिकल्पना  $H_0: \theta \leq 3$  के परीक्षण की समस्या पर सोचिए। माने कि  $L(\theta)$  संभाविता फलन इंगित करता है तथा  $x_{(1)} = \min(x_1, \dots, x_{10})$  है। निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

**Options:-**

- $\sup_{\theta \leq 3} L(\theta) = e^{10x_{(1)}} e^{-\sum_{i=1}^{10} x_i}$ , if  $x_{(1)} \leq 3$

- यदि  $x_{(1)} \leq 3$  हो तो  $\sup_{\theta \leq 3} L(\theta) = e^{10x_{(1)}} e^{-\sum_{i=1}^{10} x_i}$

**Option ID :- 1797,**

- $\sup_{\theta \leq 3} L(\theta) = e^{10x_{(1)}} e^{-\sum_{i=1}^{10} x_i}$ , if  $x_{(1)} > 3$

- यदि  $x_{(1)} > 3$  हो तो  $\sup_{\theta \leq 3} L(\theta) = e^{10x_{(1)}} e^{-\sum_{i=1}^{10} x_i}$

**Option ID :- 1798,**

The critical region of the likelihood ratio test of size

$\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ), for testing  $H_0$  against  $H_1$ , is given by

- $\{(x_1, \dots, x_{10}) \in \mathcal{R}^{10} : x_{(1)} \geq \frac{1}{3} - 10 \log_e(\alpha)\}$

$H_1$  के विरुद्ध  $H_0$  के परीक्षण के लिए साईज  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) के संभाविता अनुपात परीक्षण का क्रांतिक क्षेत्र निम्न से दिया जाता है।

- $\{(x_1, \dots, x_{10}) \in \mathcal{R}^{10} : x_{(1)} \geq \frac{1}{3} - 10 \log_e(\alpha)\}$

**Option ID :- 1799,**

The critical region of the likelihood ratio test of size

$\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ), for testing  $H_0$  against  $H_1$ , is given by

- $\{(x_1, \dots, x_{10}) \in \mathcal{R}^{10} : x_{(1)} \geq 3 - \frac{1}{10} \log_e(\alpha)\}$

$H_1$  के विरुद्ध  $H_0$  के परीक्षण के लिए साईज  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) के संभाविता अनुपात परीक्षण का क्रांतिक क्षेत्र निम्न से दिया जाता है।

- $\{(x_1, \dots, x_{10}) \in \mathcal{R}^{10} : x_{(1)} \geq 3 - \frac{1}{10} \log_e(\alpha)\}$

**Option ID :- 1800,**

**Answer Given:- Not Attempted**

## UNIT - 4

The probability density function of a continuous random variable  $X$  is given by

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Let  $Y = [X]$ , where  $[X]$  denotes the largest integer not exceeding  $X$ . Which of the following statements are CORRECT?

किसी संतत यादृच्छिक चर  $X$  के प्रायिकता घनत्व फलन को निम्नवत् व्यक्त करते हैं

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{अन्यथा.} \end{cases}$$

माने कि  $Y = [X]$ , जहाँ  $[X]$  ऐसा सबसे बड़ा पूर्णांक इंगित करता है जो  $X$  से अधिक नहीं है। निम्न कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं?

**Options:-**

- $P(Y = 2) = 0$

- Option ID :- 1781,

- $P(Y < 1.2) = 1 - e^{-2}$

- Option ID :- 1782,

- $E(Y^2) = \frac{\theta+1}{(\theta-1)^2}$

- Option ID :- 1783,

- $E(Y) = \frac{1}{(\theta-1)}$

- Option ID :- 1784,

**Answer Given:- Not Attempted**

## UNIT - 4

Let

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

be the one step transition probability matrix of a stationary Markov Chain. Which of the following statements are true?

माने कि

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

स्थिर मार्कोव श्रृंखला के एक चरण का संक्रमण प्रायिकता आव्यूह है। निम्न वक्ताओं में से कौन से सत्य हैं।

**Options:-**

- All the states have same periods.

सभी अवस्थाओं के एक जैसे अवधि काल हैं।, Option ID :- 1765,

- All the states are transient.

सभी अवस्थायें क्षणिक हैं।, Option ID :- 1766,

- Some states are transient.

कुछ अवस्थायें क्षणिक हैं।, Option ID :- 1767,

- All the states are recurrent.

सभी अवस्थायें पुनरावर्ती हैं।, Option ID :- 1768,

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 458****UNIT – 4**

Consider the simple linear model  $Y_i = \beta X_i + \epsilon_i$ , for  $i = 1, \dots, n$ , where  $\epsilon_i$ 's are i.i.d  $N(0, \sigma^2)$  random variables and  $X_i$ 's are nonrandom, positive and distinct. Consider two estimates of  $\beta$  given below

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$$

Which of the following are correct?

सरल रेखिक मॉडल  $Y_i = \beta X_i + \epsilon_i$  जबकि  $i = 1, \dots, n$  पर विचार करें जहाँ  $\epsilon_i$   $N(0, \sigma^2)$  द्वारा बंटित स्वतंत्र सर्वथा समानतः प्रसामान्य यादच्छिक चर हैं तथा  $X_i$  अयादच्छिक, धनात्मक तथा भिन्न हैं।  $\beta$  के दो आकलनों पर विचार करें

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$$

निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

**Options:-**

- Both  $\hat{\beta}_1$  and  $\hat{\beta}_2$  are unbiased estimates for  $\beta$ .

$\hat{\beta}_1$  तथा  $\hat{\beta}_2$  दोनों  $\beta$  के अनभिन्न आकलन हैं।

**Option ID :- 1829,**

- $\hat{\beta}_1$  has larger variance than  $\hat{\beta}_2$ .

$\hat{\beta}_1$  का  $\hat{\beta}_2$  की तुलना में प्रसरण अधिक है।

**Option ID :- 1830,**

- $\hat{\beta}_2$  has larger variance than  $\hat{\beta}_1$ .

$\hat{\beta}_2$  का  $\hat{\beta}_1$  की तुलना में प्रसरण अधिक है।

**Option ID :- 1831,**

- $\hat{\beta}_1$  has the same variance as that of  $\hat{\beta}_2$ .

$\hat{\beta}_1$  का प्रसरण उतना ही है जितना  $\hat{\beta}_2$  का।

**Option ID :- 1832,**

**Answer Given:- Not Attempted**

## UNIT- 4

Let  $X$  be a random variable whose probability mass functions under  $H_0$  and  $H_1$  are given by the following

$x$	1	2	3	4	5	6	7
$f_{H_0}(x)$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.94
$f_{H_1}(x)$	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.79

where,  $f_{H_0}(x) = P_{H_0}(X = x)$  and  $f_{H_1}(x) = P_{H_1}(X = x)$ . Which of the following statements are correct?

माने कि  $X$  एक यादृच्छिक चर है जिसके  $H_0$  तथा  $H_1$  के अंतर्गत प्रायिकता द्रव्यमान फलन निम्नवत् दिए जाते हैं

$x$	1	2	3	4	5	6	7
$f_{H_0}(x)$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.94
$f_{H_1}(x)$	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.79

जहां  $f_{H_0}(x) = P_{H_0}(X = x)$  तथा  $f_{H_1}(x) = P_{H_1}(X = x)$ . निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

## Options:-

- The critical region of most powerful test of size  $\alpha = 0.04$ , for testing  $H_0$  against  $H_1$ , is given by  $\{x: x \leq 4\}$

$H_1$  के विरुद्ध  $H_0$  के परीक्षण के लिए, साईंज  $\alpha = 0.04$  के सबसे शक्तिशाली परीक्षण का क्रांतिक क्षेत्र  $\{x: x \leq 4\}$  से दिया जाता है। , Option ID :- 2297,

- The critical region of most powerful test of size  $\alpha = 0.04$ , for testing  $H_0$  against  $H_1$ , is given by  $\{x: 3 \leq x \leq 6\}$

$H_1$  के विरुद्ध  $H_0$  के परीक्षण के लिए, साईंज  $\alpha = 0.04$  के सबसे शक्तिशाली परीक्षण का क्रांतिक क्षेत्र  $\{x: 3 \leq x \leq 6\}$  से दिया जाता है। , Option ID :- 2298,

- The power of the most powerful test of size  $\alpha = 0.04$ , for testing  $H_0$  against  $H_1$ , is 0.18

$H_1$  के विरुद्ध  $H_0$  के परीक्षण के लिए, साईंज  $\alpha = 0.04$  के सबसे शक्तिशाली परीक्षण की शक्ति 0.18 है। , Option ID :- 2299,

- Most powerful test of size  $\alpha = 0.04$ , for testing  $H_0$  against  $H_1$ , does not exist

$H_1$  के विरुद्ध  $H_0$  के परीक्षण के लिए, साईंज  $\alpha = 0.04$  का सबसे शक्तिशाली परीक्षण अस्तित्व में नहीं है। , Option ID :- 2300,

## Answer Given:- Not Attempted

## Question ID:- 447

## UNIT – 4

Let  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  be a random sample from  $Uniform(0,1)$  and  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(10)}$  denote the corresponding order statistics. Which of the following statements are true?

माने कि  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$   $Uniform(0,1)$  में से यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं तथा  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(10)}$  संगत क्रमप्रतिदर्श हैं। निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

## Options:-

- $X_{(2)} \sim Beta(2,9)$ .

Option ID :- 1785,

- $X_{(10)} - X_{(1)} \sim Beta(11,2)$ ,

Option ID :- 1786,

- $E[X_{(2)}] = \frac{2}{11}$ ,

Option ID :- 1787,

- $Var[X_{(2)}] = \frac{3}{242}$ ,

Option ID :- 1788,

## Answer Given:- Not Attempted

### Question ID:- 457

#### UNIT – 4

The observation  $X$  has normal distribution with unknown mean

$-\infty < \mu < \infty$  and variance 1. Consider the problem of estimation of  $\mu$  based on  $X$  under the squared error loss. Which of the following statements are correct?

पर्यवेक्षण  $X$  का प्रसामान्य बंटन है जिसका अज्ञात माध्य  $-\infty < \mu < \infty$  तथा प्रसरण 1 है।

वर्गित त्रुटि हानि के अंतर्गत  $X$  पर आधारित  $\mu$  के आकलन की समस्या पर विचार करें?

#### Options:-

- The Bayes estimator of  $\mu$  under a proper prior is always biased.

उचित पूर्व (proper prior) के अन्तर्गत  $\mu$  का बेज़ आकलक भी सदा अभिनत है।, Option ID :- 1825,

- There is a proper prior for which the Bayes estimator of  $\mu$  is unbiased.

ऐसा उचित पूर्व (prior) है के अन्तर्गत  $\mu$  का बेज़ आकलक सदा अभिनत है।, Option ID :- 1826,

- The Bayes estimator of  $\mu$  under an improper prior is always biased.

अनुचित पूर्व (improper prior) है के अन्तर्गत  $\mu$  का बेज़ आकलक सदा अभिनत है।, Option ID :- 1827,

- There is an improper prior for which the Bayes estimator of  $\mu$  is unbiased.

ऐसा कोई अनुचित पूर्व (improper prior) है जिसके लिए  $\mu$  का बेज़ आकलक अनभिनत है।, Option ID :- 1828,

**Answer Given:- Not Attempted**

### Question ID:- 444

#### UNIT – 4

Let  $X_1$  and  $X_2$  be independent and identically distributed standard normal variables. Then which of the following statements are correct?

माने कि  $X_1$  तथा  $X_2$  स्वतंत्र सर्वथा समानतः बटित मानक प्रसामान्य चर हैं। तब निम्न वक्तव्यों में से कौन से सही हैं?

#### Options:-

- Expected value of  $\max(X_1, X_2)$  is  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ .

$(X_1, X_2)$  का प्रत्याशित मान  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$  है।

**Option ID :- 1773,**

- Conditional expectation of  $X_1$  given  $X_1 + X_2$  is  $0.5(X_1 + X_2)$ .

$X_1 + X_2$  होने पर  $X_1$  की सप्रतिबंध प्रत्याशा  $0.5(X_1 + X_2)$  है।

**Option ID :- 1774,**

- $X_1 - X_2$  and  $X_1 + X_2$  are independent.

$X_1 - X_2$  तथा  $X_1 + X_2$  स्वतंत्र हैं।

**Option ID :- 1775,**

- $X_1^2 + X_2^2$  and  $\frac{X_1}{X_2}$  are independent.

$X_1^2 + X_2^2$  तथा  $\frac{X_1}{X_2}$  स्वतंत्र हैं।

**Option ID :- 1776,**

**Answer Given:- Not Attempted**

**Question ID:- 449****UNIT – 4**

Let  $\{X_n : n \geq 1\}$  be a sequence of independent and identically distributed random variables and the probability mass function of  $X_1$  is the following;

$$P(X_1 = 1) = P(X_1 = 3) = \frac{1}{2}.$$

If  $Y_n = X_1 + \dots + X_n$ , then which of the following statements are correct?

माने कि  $\{X_n : n \geq 1\}$  स्वतंत्र तथा सर्वथा समानतः बंटित यादृच्छिक चरों का अनुक्रम है तथा  $X_1$  का प्रायिकता द्रव्यमान फलन निम्न है

$$P(X_1 = 1) = P(X_1 = 3) = \frac{1}{2}.$$

यदि  $Y_n = X_1 + \dots + X_n$ , तो निम्न कथनों में से कौन से सही हैं?

**Options:-**

- $\frac{Y_n}{n}$  converges to 2 in probability.
- $\frac{Y_n}{n}$  प्रायिकता में 2 की ओर अभिसरित होता है।

**Option ID :- 1793,**

- Variance  $\left(\frac{Y_n}{n^{2/3}}\right)$  converges to 0, as  $n \rightarrow \infty$ .
- प्रसरण  $\left(\frac{Y_n}{n^{2/3}}\right)$  का अभिसरण 0 की ओर होता है, जब  $n \rightarrow \infty$ .

**Option ID :- 1794,**

- $\frac{Y_n}{n^{2/3}}$  converges to  $c$  in probability, where  $0 < c < \infty$ .
- $\frac{Y_n}{n^{2/3}}$  का प्रायिकता में अभिसरित  $c$  की ओर होता है, जहाँ  $0 < c < \infty$ .

**Option ID :- 1795,**

- $\frac{Y_n}{n^2}$  converges to 0 in probability.
- $\frac{Y_n}{n^2}$  प्रायिकता में 0 की ओर अभिसरित होता है।

**Option ID :- 1796,**

**Answer Given:- Not Attempted**

**UNIT – 4**

Let

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

be the one step transition probability matrix of a homogeneous Markov Chain. Which of the following statements are true?

मानें कि

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

किसी समांग मार्कोव शृंखला के एक चरण का संक्रमण प्रायिकता आव्यूह है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

**Options:-**

- It is an irreducible Markov Chain.

यह एक अलघुकरणीय मार्कोव शृंखला है।, Option ID :- 1769,

- All the states are recurrent.

सभी अवस्थायें पुरावर्ती हैं।, Option ID :- 1770,

- $\lim_{n \rightarrow \infty} P^n$  exists.

$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n$  का अस्तित्व है।

Option ID :- 1771,

- All the states have same period.

सभी अवस्थाओं के अवधि काल समान हैं।, Option ID :- 1772,

**Answer Given:- Not Attempted**